

Modèles GARCH : Application aux Taux de Change Algérien

[GARCH models: Application to the Algerian Exchange Rate]

Lakhdar ADOUKA¹, Yahia BOUCHETA², Abderrahmane CHENINI¹, and El Mustapha KCHIRID³

¹Université de Mascara, Faculté des Sciences Economiques, Mascara, Algérie

²Université de Sidi Bel Abbes, Faculté des Sciences Economiques, Sidi Bel Abbes, Algérie

³Université de Cadi Ayyad, Faculté des sciences Economiques, Marrakech, Maroc

Copyright © 2015 ISSR Journals. This is an open access article distributed under the *Creative Commons Attribution License*, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

ABSTRACT: The objective of this paper is to modelize the volatility of the Algerian exchange rate against the American dollar (DZA / US Dollar) and to predict the rate for the first three months of 2014. Our study showed that our series is characterized by the volatility of the phenomenon, by asymmetric specification and by the presence of excessive kurtosis. ARCH test was performed. This test has rejected the null hypothesis of homoscedasticity. Therefore we have concluded that a nonlinear ARMA model type ARCH is adequate. Then, we have estimated four ARCH type models: AR (2) -ARCH (2), AR (2) -GARCH (1,1), AR (2) -EGARCH (1,1) and AR (2) - TGARCH (1,1). The AIC leads us to choose the TGARCH (1,1) model as a suitable one for the prediction. The Forecasting quality criteria (RMSE and U Theil) indicate that we have reached a good prediction model.

KEYWORDS: Exchange Rate, GARCH, Volatility, Stationnarity, Forecast.

JEL CLASSIFICATION CODES: C59, E29, F39.

RÉSUMÉ: L'objectif de ce papier est de modéliser la volatilité du taux de change du Dinar Algérien par rapport au Dollar Américain (DZA/Dollar) et de prévoir ce taux pour les trois premiers mois de l'année 2014. Notre étude a montré que notre série est caractérisée par le phénomène de volatilité, par des spécifications asymétriques et par la présence de kurtosis excessif. Un test ARCH a été réalisé. Ce test a rejeté l'hypothèse nulle d'homoscédasticité. Nous avons donc déduit qu'un modèle ARMA non linéaire de type ARCH est adéquat. Ensuite, nous avons estimé quatre modèles de type ARCH : AR(2)-ARCH(2), AR(2)-GARCH(1,1), AR(2)-EGARCH(1,1) et AR(2)-TGARCH(1,1). Le critère d'AIC nous amène à choisir le modèle TGARCH(1,1) comme modèle adéquat pour la prévision. Les critères de qualité de prévision RMSE et U Theil, nous indiquent que nous avons abouti à un bon modèle de prédiction.

MOTS-CLEFS: Taux de change, (G)ARCH, Volatilité, Stationnarité, Prévision.

JEL CLASSIFICATION CODES: C59, E29, F39.

1 INTRODUCTION

En économétrie financière, l'analyse des variations du prix d'un actif et de son instabilité est fondamentale. Il est bien connu que les rendements journaliers des actifs financiers sont difficiles, voire impossible à prédire, bien que leur volatilité semble, relativement facile à prédire. La prévision du taux de change est l'un des sujets de recherche en macroéconomie et en finance internationale qui a attiré l'attention des économistes et des économètres.

La prévision des cours de change est très importante pour les banques et les entreprises qui opèrent dans le commerce international. Vu qu'elle constitue un élément essentiel d'aide à la prise de décisions stratégiques.

Les séries financières sont caractérisées¹ par une volatilité, qui varie au cours du temps, par un kurtosis élevé, par une asymétrie et une persistance des chocs sur la volatilité. La variance conditionnelle, qui constitue une mesure de la volatilité d'une série, n'est plus constante et la volatilité dépend de ces valeurs passées.

Pour prendre en compte ce phénomène, Engle (1982) et Bollerselv (1986) ont développé les modèles ARCH (AutoRégressifs Conditionnellement Hétéroscédastiques) et GARCH (AutoRégressifs Conditionnellement Hétéroscédastiques Généralisés). Ces modèles constituent une extension du modèle ARMA, introduit par Box et Jenkins en 1971.

Selon Berra et Higgins (1993), cette modélisation ARCH/GARCH et ses extensions correspondent à une représentation spécifique de la non linéarité, qui permet une modélisation simple de l'incertitude².

Dans l'économétrie de séries temporelles univariées, les modèles GARCH semblent être les plus adéquats pour prévoir les séries financières. Le choix de ces modèles est dicté par les propriétés qui caractérisent ces séries³, à savoir : la stationnarité, l'autocorrélation des carrés des variations de prix, les queues de distribution épaisses, les clusters de volatilité, les queues épaisses conditionnelles, l'effet de levier, la saisonnalité, et l'asymétrie.

Ceci étant, l'objectif principal de cet article est de prévoir, sur les trois (03) premiers mois de l'année 2014, le taux de change du Dinar algérien par rapport au dollar (DZA/US\$) sur la base d'un modèle GARCH, tout en s'interrogeant sur la modélisation de la volatilité du taux de change.

Pour atteindre cet objectif, il est nécessaire de répondre à deux questions. La première est de savoir quelles sont les caractéristiques du modèle ARCH et ses extensions. La seconde est de vérifier si la série du taux de change du Dinar algérien par rapport au Dollar américain se caractérise par le phénomène de volatilité, par des spécifications asymétriques, des perturbations et une présence de kurtosis excessive.

Cet article a été organisé en deux sections. La première consiste en une brève présentation théorique des modèles ARCH et ses extensions. La deuxième section est consacrée à une application empirique des modèles ARCH et ses extensions sur une série de taux de change du Dinar algérien par rapport au Dollar américain.

2 CADRE THÉORIQUE

L'analyse des séries temporelles consiste à étudier l'évolution de variables économiques dans le temps. Il s'agit ici d'une analyse univariée qui se base sur l'étude du comportement passé des taux de changes, afin de prévoir l'évolution des cours de change. Ceci peut se réaliser à travers deux méthodes :

2.1 LA MÉTHODE GRAPHIQUE

La méthode graphique (chartisme) consiste à observer et à lire les graphiques, vu que ces derniers synthétisent le marché. Les chartistes déduisent des tendances haussières ou baissières, des zones de résistance ou encore des signaux d'achat et de vente à partir des graphiques et des figures caractéristiques (la tête et les épaules ou le double bottom ... etc.), qui se reproduisent.

¹ Bresson G., Pirotte A., (1995) : « Econométrie des séries temporelles », PUF, Paris

² Christophe Hurlin(2006), *Econométrie pour la Finance Modèles ARCH – GARCH Applications à la VaR, Documents et Supports*, www.univ-orleans.fr/deg/masters/ESA/

³ Christophe Hurlin(2006), *op cité*

2.2 LA MÉTHODE STATISTIQUE

Elle réunit un ensemble de techniques mathématiques et statistiques, assistées de l'outil informatique. Ces techniques font appel à l'historique de la série afin de prédire le futur le plus proche.

Parmi ces techniques des prévisions à court termes, nous citons⁴ : la moyenne mobile, la moyenne mobile pondéré, les lissages exponentiels simples et doubles, les méthodes de Holt, la méthode de Holt - Winter, la méthode de Box et Jenkins et les modèles Autorégressifs Conditionnellement Hétéroscédastiques (ARCH) et ses extensions.

Dans cette étude nous développeront ce dernier processus. Car il est plus approprié à la modélisation des volatilités de notre série de taux de change.

• Le Processus ARMA

Un processus Y_t est dit autorégressif d'ordre p et de moyenne mobile d'ordre q, s'il peut être représenté de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \phi_0 Y_t - \phi_1 Y_{t-1} - \phi_2 Y_{t-2} - \dots - \phi_p Y_{t-p} &= \theta_0 \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \\ \Leftrightarrow \Phi(L)Y_t &= \Theta(L)\varepsilon_t \end{aligned} \quad (1)$$

Où le polynôme $\Phi(L)$ et $\Theta(L)$ sont respectivement de degré p et q, avec :

$$\Phi(L) = \phi_0 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p$$

$$\Theta(L) = \theta_0 - \theta_1 L - \theta_2 L^2 - \dots - \theta_q L^q$$

Les coefficients $\phi_0, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ et $\theta_0, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ sont des réels et ε_t un bruit blanc, alors que le L est un opérateur de retard.

• Le Processus ARCH

Le processus ARCH (q) a été élaboré par Engle en 1982, lors d'une étude sur la variance de l'inflation en Grande Bretagne. Ce processus ARCH est basé sur une paramétrisation quadratique de la variance conditionnelle.

Le processus ARCH(q) s'écrit comme suit⁵ :

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 = \alpha_0 + \alpha(L)\varepsilon_t^2 \quad (2)$$

Où : $\alpha_0 > 0$ et $\alpha_i \geq 0$

Cette condition sur les paramètres est posée pour assurer la positivité de la variance conditionnelle. Le modèle ARCH permet de prendre les groupements de volatilité.

Le modèle GARCH, qui est une extension du modèle ARCH, a été développé par Bollerselv en 1986. Ce dernier a introduit dans l'équation ARCH des valeurs retardées de la variance. Son équation devient⁶ :

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 = \alpha_0 + \alpha(L)\varepsilon_t^2 + \beta(L)\sigma_t^2 \quad (3)$$

⁴ Guy M. (1990), *méthodes de prévision à court terme*, Edition de Bruxelles

⁵ Lardic S., Mignon V., (2002) « *Econométrie des séries temporelles macroéconomiques et financière* », *Economica*,

⁶ Lardic S., Mignon V., (2002) « *Econométrie des séries temporelles macroéconomiques et financière* », *Economica*,

Pour que la variance conditionnelle soit positive, il faut que les paramètres de l'équation du modèle ARCH soient positifs ($\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$ et $\beta_j \geq 0 \forall i, \forall j$).

Le modèle GARCH peut s'interpréter, comme un processus ARMA sur le carré des innovations, comme suit⁷ :

$$(I - \alpha(L) - \beta(L)) \varepsilon_t^2 = \alpha_0 + (I - \beta(L)) u_t \quad (4)$$

Pour qu'un processus GARCH soit stationnaire, il faut que :

$$\alpha(1) + \beta(1) = \sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{j=1}^p \beta_j < 1 \quad (5)$$

Cette condition nous permet de dire que pour qu'un processus GARCH soit stationnaire, il faudrait que les racines du polynôme $1 - \sum_{i=1}^{\max(p,q)} (\alpha_i + \beta_j) L^i$ soient à l'extérieur du disque unité. Pour identifier l'ordre p et q d'un processus GARCH, il y a lieu d'étudier les fonctions d'autocorrélations et les fonctions d'autocorrélations partielles de la série ε_t^2 .

Des critiques ont été portées sur le modèle GARCH par certains chercheurs, tels que Black (1976), Zakoian (1990) et Nelson et Cao (1990) pour ces insuffisances. Ces critiques ont donné lieu au développement des autres processus⁸ : le modèle EGARCH (Exponentiel GARCH), le modèle TGARCH (Threshold GARCH) et le modèle QGARCH (Quadratique GARCH).

en 1987, Engle, Lilien et Robins ont développé un modèle ARCH en moyen⁹ (ARCH-M). Ce modèle prend en considération la relation existante entre la moyenne et la variance de la variable analysée. Une variation de la variance conditionnelle sera accompagnée d'une variation conditionnelle du moyen. Ce modèle s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \Phi(L)Y_t = \Theta(L)\varepsilon_t + \delta\sigma_t^2 \\ \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 \end{cases} \quad (6)$$

Où Y_t est un processus stationnaire ; $\Phi(L)$ et $\Theta(L)$ sont, respectivement, les polynômes de retard autorégressif et moyenne mobile.

En 1986, Engle et Bollersv¹⁰ ont introduit le modèle IGARCH (Integrated GARCH). Ce modèle prend en considération la racine unitaire, qui existe dans la variance. Le modèle IGARCH a été élargi à un modèle FIGARCH (GARCH fractionnairement intégrés).

3 ETUDE EMPIRIQUE

3.1 ANALYSE STATISTIQUE DE LA SERIE DU TAUX DE CHANGE (DZA/US\$)

Notre objectif est de prévoir le taux de change du DZA/US\$, grâce à un modèle de prévision univarié, sur un échantillon de données journalières de 4018 observations, portant sur la période allant du 1 janvier 2003 au 31 décembre 2013. Ces données sont tirées des statistiques d'OANDA¹¹ (site www.oanda.com/currency/historical-rates/).

⁷ Lardic S., Mignon V., (2002), op cite

⁸ Lardic S., Mignon V., (2002), op. cité

⁹ Lardic S., Mignon V., (2002), op. cité

¹⁰ Bresson G., Pirotte A., (1995), op cite

¹¹ www.oanda.com/currency/historical-rates/

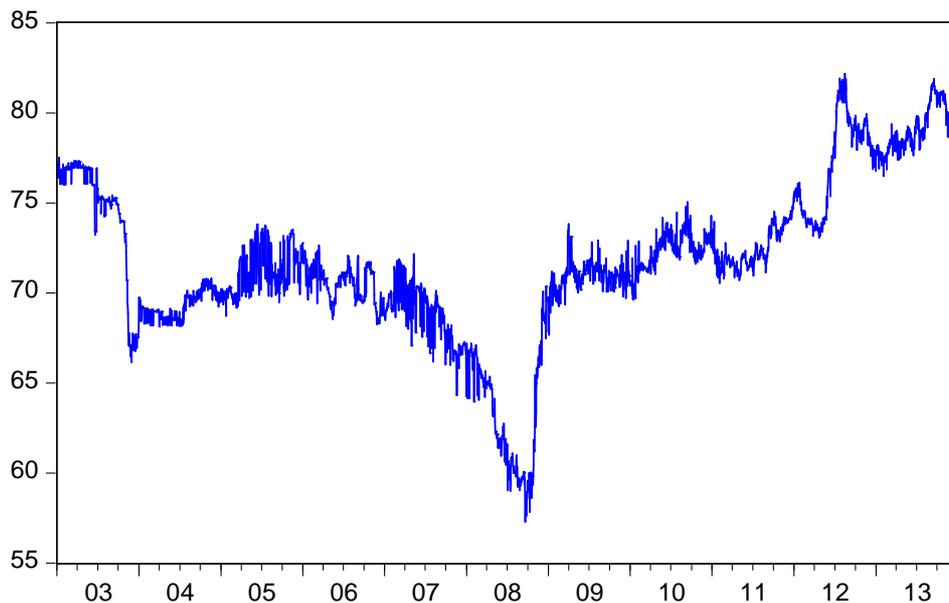
Le graphe 1 représente l'évolution du taux de change DZA/US Dollar. Il montre la présence d'une tendance peu claire sur l'ensemble de la période, caractérisée, en premier lieu, par une tendance baissière dans la 1^{ère} partie (allant jusqu'au point près de 08) et, ensuite, une tendance haussière.

La lecture visuelle de ce graphe indique une non stationnarité en moyenne et en variance (surtout en variance). Ce même graphe montre des regroupements de volatilité, ce qui signifie que cette série est volatile.

Nous remarquons, par ailleurs, que cette volatilité évolue au cours du temps. Cela nous permet de dire qu'un processus de type GARCH pourrait être adapté à la modélisation de la série du taux de change.

Afin de réduire la variabilité de la série du taux de change, nous avons transformé cette série en logarithme. Cette nouvelle série est appelée logTCH.

Graphe1:Evolution du taux de change du dinar algérien



Le tableau suivant reporte un certain nombre d'indicateurs statistiques, à savoir : le coefficient d'asymétrie (skewness), le coefficient d'aplatissement (kurtosis) et la valeur estimée de la statistique de Jarque-Bera

Tableau 1 : Les indicateurs statistiques de la série du taux de change

Les indicateurs statistiques	La série du taux de change
Kurtosis	3,65
Skewness	-0,18
Jaque-Bera	94,53

De ce tableau nous constatons que :

- Le coefficient de kurtosis (3,65) est un peu élevé. Il est supérieur à la valeur du kurtosis de la loi normale, qui est égale à 3. La valeur de ce coefficient trouvé indique que la courbe de la série de taux de change est plus aplatie que la courbe de loi normale. Cette valeur du coefficient témoigne de la forte probabilité d'occurrence de point extrêmes ;
- Le coefficient de skewness (- 0,18) est différent de zéro (la valeur théorique du coefficient de skewness pour une la loi normale). Ce coefficient montre la présence de l'asymétrie de la courbe de la série du taux de change. Le coefficient de cette asymétrie est négatif. Ce qui nous permet de dire que la distribution est étalée vers la gauche. Ce signe négatif,

nous indique, par ailleurs, que le taux de change de Dinar Algérien réagisse d’avantage à un choc négatif qu’à un choc positif. Cette asymétrie peut être un indicateur de non linéarité ;

- Le test de Jarque - Bera rejette l’hypothèse nulle de normalité de la distribution du taux de change ($JB = 94,53 > \chi^2_{0,05}(2) = 5,99$).

De l’analyse du graphe 1 et du tableau 1 de la série du taux de change, nous déduisons qu’un modèle ARMA non linéaire de type ARCH peut être adéquat à ce cas.

3.2 MODÉLISATION ARMA

3.2.1 ETUDE DE LA STATIONNARITÉ

Pour confirmer ou infirmer la non stationnarité de la série étudiée, nous utilisons le test ADF. Les tests de Dickey – Fuller sont des tests paramétriques permettant de mettre en évidence le caractère stationnaire ou non d’une chronique, par la détermination d’une tendance déterministe ou stochastique. Ces tests reposent sur l’estimation d’un processus autorégressif.

L’application de test de ADF nécessite, au préalable, de choisir le nombre de retard p à introduire de sorte à blanchir les résidus. La valeur p de retard est déterminée soit à l’aide de la fonction des autocorrélations partielles, soit à l’aide de la statistique de Box-Pierce, soit, enfin, à l’aide des critères d’Akaike (AIC) ou de Schwartz (SIC)¹².

Cette détermination du nombre de retard, à l’aide de la fonction des autocorrélations partielles, est faite par l’étude de la significativité des coefficients des corrélations partielles. En appliquant cette méthode, tout en se basant sur l’étude de corrélogramme de la série, nous obtenons le retard un pour la série logarithme du taux de change.

Après avoir déterminé le retard pour notre variable, nous adoptons la stratégie séquentielle du test d’ADF pour examiner la stationnarité de notre variable. Le tableau suivant résume notre application :

Tableau 2 : Test d’ADF

Série	coefficient	Valeur statistique calculé	Valeur critique	P-Value
logTCH _t	C	3,17**	3,92	0,0001
	@trend	1,96**	2,13	0,03
	φ	-3,19*	-3,94	0,01

* : valeur d’ ADF, ** : valeur de Student

Il ressort de ce test que la constance et le trend sont significatifs au seuil de 5%. En effet, leurs P-values qui sont respectivement de 0,0001 et 0,0328 sont inférieures à 0,05. La statistique du test ADF, qui est de - 3,94, est inférieure à la valeur critique - 3,41, au seuil de 5 %. De ce fait, nous pouvons conclure que la série est stationnaire.

3.2.2 IDENTIFICATION DE L’ORDRE P ET Q DE ARMA

Pour identifier l’ordre p et q d’un processus ARMA, nous utilisons le corrélogramme de la fonction d’autocorrélation et la fonction d’autocorrélation partielle de la série stationnaire logarithmique de taux de change (logTCH).

Le corrélogramme de la fonction d’autocorrélation permet d’identifier un modèle MA(q), alors que le corrélogramme de la fonction d’autocorrélation partielle nous permet de déterminer un modèle AR(p).

¹² Bresson G., Pirotte A., (1995) , op cite

D'après ce corrélogramme (annexe 1), nous constatons que la première autocorrélation (simple et partielle) de la série logTCH est significativement différente de zéro. Nous retenons donc les modèles suivants : AR(1), MA(1) et ARMA(1,1).

3.2.3 ESTIMATION DE L'ÉQUATION DE LA MOYENNE

On procède à l'estimation des trois processus précédemment identifiés : processus AR(1), MA(1) et ARMA(1,1) dans le tableau suivant :

Tableau 3 : Estimation du modèle AR(1), MA(1) et ARMA(1,1)

	Variable	Coefficient	t-Statistique	P- Value
Modèle AR(1)	C	4,27	178,32	0,00
	AR(1)	0,99	488,23	0,00
Modèle MA(1)	C	4,27	4139,91	0,00
	MA(1)	0,91	147,82	0,00
Modèle ARMA(1,1)	C	4,27	169,26	0,00
	AR(1)	0,99	794,89	0,00
	MA(1)	-0,36	-24,91	0,00

Au regard de ces résultats, on peut remarquer que :

- Les t de Student du coefficient de modèle AR(1) sont significativement différents de 0 (le t de Student est supérieur à 1,96). D'où le modèle AR(1) est retenu ;
- Les t de Student du coefficient de modèle MA(1) sont significativement différents de 0 (le t de Student est supérieur à 1,96). Par conséquent le modèle MA(1) est retenu ;
- Les t de Student du coefficient de modèle ARMA(1) sont significativement différents de 0 (le t de Student est supérieur à 1,96). Donc, le modèle ARMA(1) est retenu.

3.2.4 TEST SUR LES RÉSIDUS

3.2.4.1 TEST D'ABSENCE D'AUTOCORRÉLATION DES RÉSIDUS

Pour cela, nous appliquons le test de Lejung-Box (LB) d'absence d'autocorrélation des résidus, pour un nombre de retard maximal 36 pour les trois modèles :

- Ainsi pour les résidus du processus AR(1), la statistique du test de LB est de 1354 pour un nombre de retard égal à 36. Cette statistique suit une loi de khi-deux à 35 degrés de liberté. La valeur théorique de Khi-deux à 35 degrés de liberté est égale à 46,03, au seuil statistique de 5%. En conséquence, l'hypothèse nulle d'absence d'autocorrélation des résidus est rejetée ;
- Pour les résidus du processus MA(1), la statistique du test de LB est égale à 111547 pour un nombre de retard égal à 36. tout comme pour le processus précédant, cette statistique suit une loi de khi-deux à 35 degrés de liberté. La valeur théorique de Khi-deux à 35 degrés de liberté est de 46,03, au seuil statistique de 5%. De ce fait, on rejette l'hypothèse nulle d'absence d'autocorrélation des résidus ;
- Enfin pour les résidus du processus ARMA(1,1), la statistique du test de LB vaut 1637,4 pour un nombre de retard égal à 36. Comme pour les deux autres modèles, cette statistique suit une loi de khi-deux à 34 degrés de liberté. La valeur théorique de Khi-deux à 34 degrés de liberté est de 46,03, au seuil statistique de 5%. Donc, l'hypothèse nulle d'absence d'autocorrélation des résidus est rejetée.

Nous constatons, en outre, que la probabilité affectée aux autocorrélations, pour les trois modèles, est inférieure à 0,05. par voie de conséquence on rejete l'hypothèse nulle d'absence d'autocorrélation des résidus.

Nous résumons les caractéristiques de la forme des résidus dans le tableau 4 ci-dessous :

Tableau 4 : les mesures des indicateurs de la forme

Les indicateurs de la forme	AR(1)	MA(1)	ARMA(1,1)
Kurtosis	0,12	-0,48	0,005
Skewness	11,81	4,05	10,65
Jaque-Bera	13022,8	343,54	9811,15

Les indicateurs de la forme (tableau 4) et l'analyse du graphe des résidus indiquent la présence de volatilité. D'où, il y a lieu de suspecter la présence d'une série non stationnaire en variance.

3.2.4.2 TEST ARCH

Pour réaliser le test ARCH, nous récupérons les résidus $\widehat{\varepsilon}_t$ issus de l'estimation. Ensuite nous procédons à l'estimation de la régression suivante :

$$\widehat{\varepsilon}_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \widehat{\varepsilon}_{t-i}^2 \quad (7)$$

Pour se faire, il faut, au préalable, déterminer le nombre de retards q à retenir. Pour cela, le corrélogramme des résidus au carré du modèle AR(1), MA(1) et ARMA(1,1) nous permet, en tenant compte du critère de parcimonie¹³, d'opter pour un nombre de retards égal à deux.

Le test ARCH pour les trois modèles se résume dans le tableau 5 ci-après, comme suit :

Tableau 5 : Test ARCH de hétéroscédasticité

	AR(1)	MA(1)	ARMA(1,1)
F-statistique	111.7091	22986.64	132.4653
TR ²	211.7912	3693.587	248.7056
Prob(F)	0.0000	0.0000	0.0000
Prob(χ^2)	0.0000	0.0000	0.0000

On peut remarquer du tableau 5 ci-dessus que la probabilité associée à la statistique¹⁴ de test TR² est nulle et inférieure à 0,05 pour les trois modèles. Ce constat nous permet de rejeter l'hypothèse nulle d'homoscédasticité, mais en retenant l'alternative d'hétéroscédasticité conditionnelle pour les trois modèles AR(1), MA(1) et ARMA(1,1).

3.2.5 CHOIX DU MODÈLE

Il ressort de ces résultats que les résidus de trois processus estimés sont autocorrélés et hétéroscédasticité. Afin de départager les trois processus, comparons-les au moyen des critères de choix de modèles. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-contre.

¹³ Jean-Paul TSASA Vangu(2013), statistique appliquée , Centre Congolais-Allemand de Microfinance, DAAD

¹⁴ Test du Multiplicateur de Lagrange

Tableau 6 : Critère du choix du modèle

	AR(1)	MA(1)	ARMA(1,1)
AIC	-6,80	-3,91	-6,86
BIC	6,80	-3,91	-6,86
HQ	6,80	-3,91	-6,86
LR	13667	7876	13800

D'après ce tableau 6, tous les critères nous conduisent à choisir le processus ARMA(1,1) pour représenter la dynamique de la série logTCH.

3.3 MODÉLISATION ARCH

3.3.1 ESTIMATION DE L'ÉQUATION DE LA VARIANCE

Nous avons trouvé dans la section précédente que le modèle ARMA(1,1) présente une hétéroscédasticité des erreurs. Le graphe des résidus ci-dessous, nous la montre parfaitement.

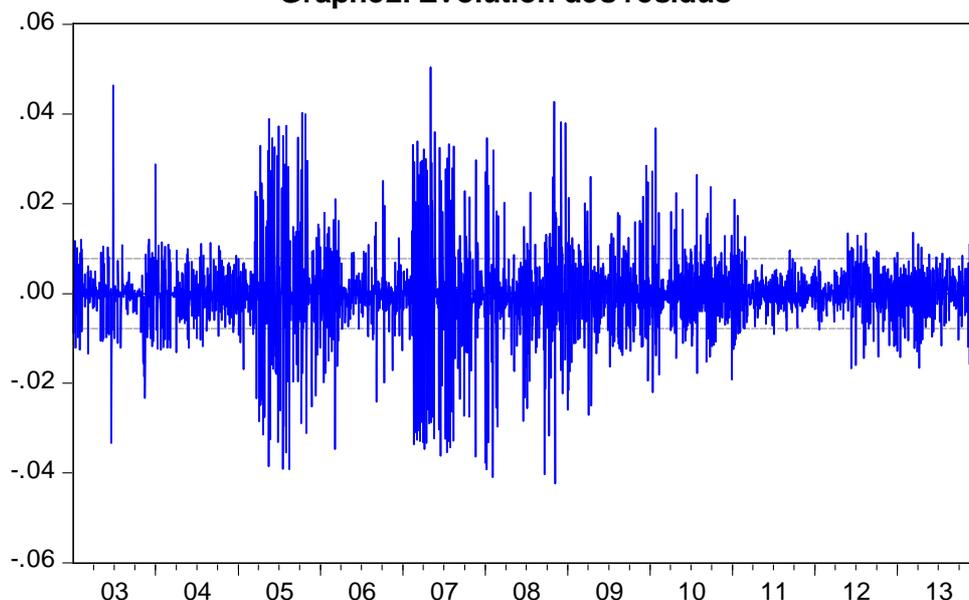
Afin de tenir compte de l'effet ARCH, nous estimons, par la méthode du maximum de vraisemblance, l'équation de la variance conditionnelle conjointement à l'équation de la moyenne.

En se basant sur la taille de l'échantillon et de l'étude de French, Schwert et Stambaugh(1987), nous déterminons l'ordre q et p pour le modèle GARCH $(p,q)^{15}$, en se basant sur le corrélogramme des résidus au carré. Ce dernier présente les deux premières autocorrélations (simples et partielles) significativement différentes de zéro. D'où, l'on retient les modèles suivants :

- Un processus AR(2) – ARCH(2)
- Un processus AR(2) – GARCH(1,1)

¹⁵ Bresson G., Pirotte A., (1995), *op cite*

Graphe2: Evolution des résidus



- Un processus AR(2) – EGARCH(1,1)
- Un processus AR(2) – TGARCH(1,1)
- ❖ Estimation de modèle ARCH(2)

Pour estimer le modèle ARCH (2), nous utilisons le logiciel EVIEWS. Cette estimation est résumée dans le tableau suivant :

Tableau 7 : Estimation du modèle ARCH(2)

Equation de la moyenne			
	Coefficient	Z-Statistique	P-Value
C	-11.32688	-0.006963	0.9944
AR(1)	0.999995	2111.773	0.0000
MA(1)	-0.659392	-109.7907	0.0000
Equation de la variance			
C	3.00 ^E -05	73.02909	0.0000
RESID(-1)^2	0.370687	13.95274	0.0000
RESID(-2)^2	0.218434	11.38290	0.0000

$$\bar{R}^2 = 0,98 \quad AIC = -7,07 \quad SIC = -7,06 \quad HQ = -7,06 \quad LL = 14207.91$$

Le tableau de l'estimation d'ARCH(2) montre que les coefficients de paramètre de l'équation de la variance sont significativement différents de zéro et positifs. Par conséquent, les coefficients vérifient les contraintes assurant la positivité de la variance. De ce fait, le modèle ARCH(2) est retenu comme modèle représentant la variance conditionnelle du logarithme de taux de change.

- ❖ Estimation du modèle GARCH (1,1)

Nous résumons l'estimation de ce modèle dans le tableau suivant :

Tableau 8 : Estimation du modèle GARCH (1,1)

Equation de la moyenne			
	Coefficient	Z-Statistique	P-Value
C	4.271067	109.4813	0.0000
AR(1)	0.998716	1199.811	0.0000
MA(1)	-0.354217	-26.88576	0.0000
Equation de la variance			
	Coefficient	Z-Statistique	P-Value
C	2.58 ^E -07	9.081046	0.0000
RESID(-1)^2	0.065053	27.84876	0.0000
GARCH(-1)	0.934393	570.8465	0.0000

$$\bar{R}^2 = 0,98 \quad AIC = -7.33 \quad SIC = -7.32 \quad HQ = -7.33 \quad LL = 14736.12$$

Le tableau de l'estimation de GARCH(1,1), nous permet d'observer que les coefficients de l'équation de la variance sont significativement différents de zéro et qu'ils vérifient les contraintes, qui assurent la positivité de la variance. Pour ces raisons, ce modèle GARCH(1,1) est retenu.

❖ Estimation du modèle EGARCH(1,1)

Nous avons estimé ce modèle pour illustrer la propriété d'asymétrie qui caractérise les séries financières. Le résultat de l'estimation apparaît dans le tableau ci-dessous :

Tableau 9 : Estimation du modèle EGARCH (1,1)

Equation de la moyenne			
	Coefficient	Z-Statistique	P-Value
C	4.262649	367.1028	0.0000
AR(1)	0.996279	1648.684	0.0000
MA(1)	-0.350423	-28.52566	0.0000
Equation de la variance			
	Coefficient	Z-Statistique	P-Value
C(4)	-0.194420	-20.78838	0.0000
C(5)	0.145498	37.26541	0.0000
C(6)	-0.055930	-14.37404	0.0000
C(7)	0.990217	1205.560	0.0000

$$\bar{R}^2 = 0,98 \quad AIC = -7.30 \quad SIC = -7.29 \quad HQ = -7.30 \quad LL = 14688,43$$

Nous constatons, à partir de ce tableau de l'estimation d'EGARCH, que tous les coefficients de l'équation de la variance sont significativement différents de zéro. Nous pouvons dire, donc, qu'il existe un phénomène d'asymétrie.

❖ Estimation du modèle TGARCH(1,1)

Nous estimons ce modèle pour vérifier la persistance de phénomène de l'asymétrie dans la série du taux de change. L'équation de ce modèle s'écrit mathématiquement comme suit :

$$\sigma_t = c + \alpha_1^+ \varepsilon_{t-1}^+ - \alpha_1^- \varepsilon_{t-1}^- + \beta \sigma_{t-1}$$

Cette estimation est résumée dans le tableau 10 ci-dessous. A la lecture de ce tableau, il peut être constaté que tous les coefficients de l'équation de la moyenne sont significativement différents de zéro, mais que les coefficients associés aux coefficients α_1^+ et α_1^- sont différents. Cela, nous permet de déduire qu'il existe un phénomène d'asymétrie.

Tableau 10 : Estimation du modèle TGARCH (1,1)

Equation de la moyenne			
	Coefficient	Z-Statistique	P-Value
C	4.264722	178.8028	0.0000
AR(1)	0.997716	1160.836	0.0000
MA(1)	-0.347416	-26.13647	0.0000
Equation de la variance			
C	2.57 ^E -07	9.177402	0.0000
RESID(-1)^2	0.049702	16.14494	0.0000
RESID(-1)^2*(RESID(1)<0)	0.032207	5.574636	0.0000
GARCH(-1)	0.933649	540.6354	0.0000

$$\bar{R}^2 = 0,98 \quad AIC = -7.33 \quad SIC = -7.32 \quad HQ = -7.33 \quad LL = 14741.84$$

3.3.2 TEST DES RESIDUS DES MODELES ARCH

L'examen des résidus, issus de l'estimation des modèles ARCH(2) et ses extensions, nous permet de voir si ces résidus suivent une loi normale où non. Ensuite nous les testons pour voir s'ils forment un bruit blanc. Les indicateurs de ce diagnostic sont résumés dans le tableau 11 suivant :

Tableau 11 : les indicateurs du diagnostic des résidus

Les indicateurs de la forme	ARCH(2)	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)
Kurtosis	12,55	9,26	9,48	8,98
Skewness	-0,65	-0,36	-0,53	-0,38
Jaque-Bera	15560,91	6652,5	7226,04	6089,6
Lejung-Box	851,91	575,41	597,33	562,12

L'application du test de Lejung-Box (LB) d'absence d'autocorrélation des résidus, pour un nombre de retards maximal 36, nous donne une statistique de LB, pour le modèle ARCH(2), GARCH(1,1), EGARCH(1,1) et TGARCH(1,1), égale à 851,91 ; 575,41 ; 597,33 et 562,12 respectivement, pour un nombre de retard égal à 36.

Par ailleurs, cette statistique suit une loi de khi-deux à 34 degrés de liberté. La valeur théorique de Khi-deux à 34 degrés de liberté est 48,60 au seuil statistique de 5%. Ces résultats statistiques nous conduisent à rejeter, pour les quatre modèles, l'hypothèse nulle d'absence d'autocorrélation des résidus.

Les indicateurs des formes du tableau 9 pour étudier l'asymétrie et le Kurtosis, moyennant le test de student. A cette fin, il y a lieu de rappeler :

$$Skewness \rightarrow N(0,6/T)$$

$$Kurtosis \rightarrow N(3,24/T)$$

Où T représente le nombre d'observations

Nous calculons les valeurs de skewness calculée (*Skewness*^{*}) ainsi que les valeurs de Kurtosis calculée (*Kurtosis*^{*}), pour chaque modèle, en se basant sur la formule suivante¹⁶ :

¹⁶ Bourbonnais R., (1998) : « Analyse des séries temporelles en économie » PUF Paris.

$$Sekweness^* = \frac{|sekweness - 0|}{\sqrt{\frac{6}{T}}}$$

$$Kurtosis^* = \frac{|kurtosis - 3|}{\sqrt{\frac{24}{T}}}$$

Le calcul de ces valeurs se résume dans le tableau suivant :

Tableau 12 : Calcul de kurtosis et sekweness standardisés des résidus

	ARCH(2)	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)
<i>Kurtosis</i> [*]	129,057	84,596	87,569	80,813
<i>Sekweness</i> [*]	17,568	9,729	14,324	10,270

En comparant les valeurs de *Sekweness*^{*} et les valeurs de *Kurtosis*^{*} à une valeur critique de 1,96 (valeur lue sur la table de la loi normale au seuil de significativité de 5%), nous observons qu'elles sont supérieures. Cela nous amène à rejeter l'hypothèse de normalité des résidus. Ce résultat est confirmé par le test de Jaque - Béra :

$$JB^* > \chi_{0,05}^2(2) = 5,99$$

Où JB^* représente les valeurs calculées de Jaque –Béra, qui sont comprises dans le tableau 11 ci-dessus.

3.3.3 COMPARAISON DES MODÈLES ESTIMÉS

Dans la section précédente nous avons estimé quatre modèles, à savoir : ARCH(2), GARCH(1,1), EGARCH(1,1) et TGARCH(1,1). Ces modèles ont été retenus, car :

- ✓ les modèles EGARCH(1,1) et TGARCH(1,1) vérifient la condition d'asymétrie ;
- ✓ les modèles ARCH(2) et GARCH(1,1) satisfont la condition de la positivité des coefficients de l'équation de la variance.

Compte tenu du fait, qu'il y a lieu de retenir, parmi ces quatre modèles un seul modèle, le problème du choix du modèle pour modéliser la variance conditionnelle se pose de facto.

Pour choisir le modèle le plus approprié, nous basons notre choix sur les critères de sélection entre ces différents modèles suivants :

- le coefficient de détermination corrigé (\bar{R}^2);
- la valeur de la log-vraisemblance à l'optimum (LL) ;
- le critère d'information d'Akaike (AIC) ;
- et, enfin, le critère d'information de Schwarz (SIC).

Nous reportons les valeurs de critères, pour les quatre processus, des tableaux 7, 8, 9 et 10 au tableau 13. Le modèle retenu est celui qui possède les valeurs minimum, selon les critères de sélection AIC et SIC. Une astérisque est mise devant les valeurs du modèle choisi, conformément aux critères utilisés.

Tableau 13 : Critères de comparaisons des modèles retenus

	TGARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	ARCH(2)	GARCH(1,1)
\bar{R}^2	0,98	0,98	0,98	0,98
LL	14741,81*	14688,43	14207,91	14736,12
AIC	-7,33*	-7,30	-7,07	-7,33*
SIC	-7,32*	-7,29	-7,06	-7,32*

La comparaison entre les différents modèles retenus, compte tenu des critères de sélection ci-dessus, nous amène à choisir le processus TGARCH(1,1) pour la modélisation de la variance conditionnelle du taux de change de Dinar Algérien contre le Dollar Américain en logarithme.

3.4 PRÉVISION

La détermination des prévisions de la volatilité, à l'horizon h, peut être effectuée, pour un modèle GARCH(1,1), par l'équation suivante :

$$\hat{\sigma}_{t+h}^2 = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta_1)\hat{\sigma}_{t+h-1}^2$$

De cet équation, nous pouvons écrire la prévision de logarithme du taux de change de notre série ((LT) de la manière suivante¹⁷ :

$$\log TCH_{t+1}(h) = \log TCH_t(h) + \frac{1}{2} \hat{\sigma}_{t+h}^2$$

Pour la prévision des trois premiers mois de l'année 2014, nous utilisons le modèle TGARCH(1,1) choisi par le critère AIC parmi les modèles estimés. Ainsi, le taux de change prévu, des mois de janvier, février et mars, est représenté dans le tableau suivant :

¹⁷ M.Malik Kamel B., Ali Z.(.), La Volatilité du Taux de change du Dinar Algérien Modélisation et Prévisions, revue des économies du nord Africain ,n°2

Tableau 14 : Les valeurs prévues du taux de change (DZA/Dollar) par le modèle TGARCH (1,1)

	Janvier	Fevrier	Mars
01	77,5913	77,13218	76,74666
02	77,57593	77,11795	76,73338
03	77,5606	77,10375	76,72013
04	77,54531	77,08959	76,70691
05	77,53006	77,07546	76,69373
06	77,51484	77,06137	76,68058
07	77,49966	77,04731	76,66745
08	77,48452	77,03329	76,65437
09	77,46942	77,0193	76,64131
10	77,45435	77,00535	76,62829
11	77,43933	76,99143	76,61529
12	77,42433	76,97754	76,60233
13	77,40938	76,96369	76,58941
14	77,39446	76,94988	76,57651
15	77,37958	76,93609	76,56364
16	77,36474	76,92235	76,55081
17	77,34993	76,90863	76,53801
18	77,33516	76,89495	76,52524
19	77,32043	76,8813	76,5125
20	77,30573	76,86769	76,49979
21	77,29107	76,85411	76,48711
22	77,27645	76,84056	76,47447
23	77,26186	76,82705	76,46185
24	77,24731	76,81357	76,44927
25	77,23279	76,80012	76,43671
26	77,21831	76,78671	76,42419
27	77,20387	76,77333	76,4117
28	77,18946	76,75998	76,39924
29	77,17508		76,38681
30	77,16075		76,37441
31	77,14644		76,36204

Nous terminons notre article par l'étude de la qualité de ces prévisions. Plusieurs critères sont utilisés pour juger la validité de la méthode de prévision¹⁸ :

- l'erreur moyenne ;
- la variance ;
- l'écartype,
- l'écart absolu moyen ;
- les carrées moyens des erreurs ;
- l'erreur quadratique moyenne (RMSE) ;
- et, enfin, le critère U de Theil .

Pour se faire, nous tentons de calculer les deux derniers critères sur la base des deux formules mathématiques suivantes :

¹⁸ Guy M. (1990), *méthodes de prévision à court terme*, Edition de Bruxelles

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum \hat{\varepsilon}_t^2}{T}} = \sqrt{\frac{\sum (\log TCH_t^r - \log TCH_t^p)^2}{T}}$$

$$U = \sqrt{\frac{\sum_{t=2}^T \frac{(\log TCH_t^r - \log TCH_t^p)^2}{\log TCH_{t-1}^r}}{\sum_{t=2}^T \frac{(\log TCH_t^r - \log TCH_{t-1}^r)^2}{\log TCH_{t-1}^r}}}$$

Où $\log TCH_t^r$ et $\log TCH_t^p$ représentent respectivement les valeurs observées réelles et les valeurs prévues du taux de change de Dinar algérien contre le Dollar américain (DZA/US Dollar), à l'instant t.

Le calcul de ces deux critères a été fait par le logiciel Eviews 8, qui nous donne les résultats suivants :

- pour le critère U de Theil, la valeur de 0,007 ;
- et pour la RMSE, la valeur de 0,06.

Ces résultats nous permettent de remarquer qu'ils sont plus proches à zéro. Cela nous conduit à conclure que notre prédiction est bonne.

4 CONCLUSION

L'objectif de ce papier a été de modéliser la volatilité du taux de change de Dinar algérien contre le Dollar américain (DZA/US Dollar) et de prévoir ce taux pour les trois mois premiers de l'année 2014.

Cette étude a montré que notre série est caractérisée par le phénomène de volatilité, par des spécifications asymétriques et d'une présence de kurtosis excessive. Nous avons effectué un test ARCH qui a rejeté l'hypothèse nulle d'homoscédasticité. De cela, nous avons déduit qu'un modèle ARMA non linéaire de type ARCH est adéquat.

Ensuite nous avons estimé quatre modèles ARMA de type ARCH : AR(2)-ARCH(2), AR(2)-GARCH(1,1), AR(2)-EGARCH(1,1) et AR(2)-TGARCH(1,1). Le critère LL (la valeur de la log-vraisemblance à l'optimum) nous amène à choisir le modèle TGARCH(1,1), comme étant le modèle le plus adéquat pour la prévision. Les critères de qualité de prévision RMSE et U Theil, nous indiquent que nous avons abouti à un bon modèle de prévision.

REFERENCES

- [1] Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity. *Journal of Econometrics* .
- [2] Bollerslev, T., Chou, R.Y. et Kroner, K.F. (1992). ARCH modelling in finance :A review of the theory and empirical evidence. *Journal of Econometrics* .
- [3] Bollerslev, T., R.F. Engle et D.B. Nelson. (1994). ARCH models, in R.F. Engle et D. McFadden., eds., *Handbook of Econometrics*
- [4] Bourbonnais R. (1998). Analyse des series temporelles en économie. Paris: PUF
- [5] Bresson G., P. A. (1995). *Econométrie des séries temporelles* . Paris: PUF .
- [6] Christophe H., . (2006). *Econométrie pour la Finance Modèles ARCH – GARCH Applications à la VaR, Documents et Supports*. Récupéré sur univ-orleans: www.univ-orleans.fr/deg/masters/ESA/
- [7] Engle, R.F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance U.K. in. *ation., Econometrica* .
- [8] Engle, R.F., et T. Bollerslev. (1986). Modelling the persistence of conditional variances. *Econometric reviews* .
- [9] Guy.M . (1990). *méthodes de prévision à court terme*. Bruxelles: Edition de Bruxelles.
- [10] Lardic S., M. V. (2002). Econométrie des series temporelles macroéconomiques et financière. *Economica*.
- [11] Malik Kamel B., A. Z. (s.d.). La Volatilité du Taux de change du Dinar Algérien Modélisation et Prévisions. *revue des économies du nord Africain* , n°2 .
- [12] Nelson, D.B., (1990a). ARCH Models as Diffusion Approximation. *Journal of Econometrics* .
- [13] Nelson, D.B. (1990 b). Stationarity and Persistence in The GARCH(1; 1) Model. *Econometric theory* .
- [14] Tsasa, J. P. (2013). statistique appliquée. *Centre Congolais-Allemand de Microfinance* . DAAD.

ANNEXE

Correlogram of LT

