International Journal of Innovation and Applied Studies
ISSN 2028-9324 Vol. 12 No. 2 Jul. 2015, pp. 306-311

http://www.ijias.issr-journals.org/

Dimensionnement des canaux à surface libre de forme trapézoïdale et rectangulaire

[Dimensioning the shaped trapezoidal and rectangular open channels]

Lamri Ahmed Amine

Départment of civil engineering and hydraulic,
University of Mohamed khaydar Biskra,
Biskra, Algeria

ABSTRACT: This work has been interested in the uniform flow in a trapezoidal shaped channel that is frequently used in irrigation and agricultural drainage. The channel dimensioning necessitates iterations for calculate the friction factor which gives us a major error. We base on the method of rough reference model we calculate the linear dimension of the channel is passing through stages of calculations. The formulas founded are direct and explicit. The steps of calculations are simplified and illustrated by an example of calculation.

KEYWORDS: Turbulent flow, uniform flow, discharge, explicit solution, energy slope

RESUME: Ce travail est intéressé en écoulement uniforme dans un canal de forme trapézoïdale fréquemment utilisé dans l'irrigation et le drainage agricole. Le dimensionnement du canal nécessite des itérations pour le calcul du coefficient de frottement qui nous donne un grand écart d'erreur. En se basant sur la méthode du modèle rugueux de référence en calcul la dimension linéaire du canal passant par des étapes de calcul. Les formules trouvées sont directes et explicites. Les étapes de calcul sont simplifiées et illustré par un exemple de calcul.

MOTS-CLEFS: écoulement turbulent, écoulement uniforme, débit, solution explicite, pente longitudinale

1 INTRODUCTION

Le modèle rugueux de référence que nous considérons est en fait un canal de forme trapézoïdale [1] caractérisé par une largeur de base $\overline{b}$, une rugosité absolue $\overline{\varepsilon}$, écoulant un débit volume $\overline{Q}$ d'un liquide de viscosité cinématique $\overline{\nu}$, sous une pente longitudinale $\overline{i}$. Le nombre de *Reynolds* caractérisant l'écoulement est $\overline{R}$ et le coefficient de frottement est $\overline{f}$. On affecte à ce canal une forte rugosité relative, arbitrairement choisie égale à $\overline{\varepsilon}/\overline{D_h} = 3,7.10^{-2}$, de telle sorte que l'écoulement qui s'y produit soit en régime turbulent rugueux [7] ou soit supposé être comme tel. La rugosité relative arbitrairement choisie $\overline{\varepsilon}/\overline{D_h} = 3,7.10^{-2}$ est obtenue pour diverses valeurs de la rugosité absolue $\overline{\varepsilon}$ et du diamètre hydraulique $\overline{D_h}$. Puisque l'écoulement est ou supposé être en régime turbulent rugueux, le coefficient de frottement $\overline{f}$ est donc régi par la relation de *Nikuradse* pour $\varepsilon/D_h = \overline{\varepsilon}/\overline{D_h}$ et $f = \overline{f}$, soit $\overline{f} = \left[-2\log\left(\frac{3,7.10^{-2}}{3,7}\right)\right]^{-2} = (4)^{-2} = \frac{1}{16}$

En introduit ces paramètres dans les relations de Darcy-weisbach et de coolebrook-white et le nombre de Reynolds [2], [3]. Le calcul de la dimension linéaire et la hauteur normal serai aisé à partir des formules explicites et simplifiés [4], [5], [6].

2 CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES ET HYDRAULIQUES DE CANAL DE FORME TRAPEZOÏDALE

Figure1. est un schéma représentatif d'un canal de forme trapézoïdale. Elle est caractérisé par sa largeur *b*, la pente *m* et sa hauteur normal y_n respectivement.

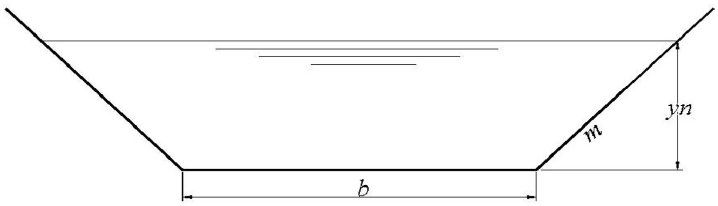

Fig. 1. Caractéristique du canal de forme trapézoïdale

Notons que $\eta = {y_n}/{b}$ *est* le rapport d'aspect, et la section mouillé *A* s'exprime:

$$A = \eta b^2 (1 + m\eta) \tag{1}$$

Le périmètre mouillé *P peut s'écrire*:

$$P = b(1 + 2\eta\sqrt{m^2 + 1}) \tag{2}$$

Le diamètre hydraulique $D_h = 4\dfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{P}}$: (3)

$$D_h = \frac{4b\eta(1 + m\eta)}{1 + 2\eta\sqrt{m^2 + 1}} \tag{4}$$

La perte de charges *i* est donnée par la relation de Darcy-Weisbach:

$$i = \frac{f}{D_h}\frac{Q^2}{2g\mathrm{A}^2} \tag{5}$$

Ou *Q* est le débit, *g* est l'accélération de la pesanteur et *f* est le coefficient de frottement donné par la formule Colebrook-White :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(\frac{\varepsilon / D_h}{3,7} + \frac{2,51}{R\sqrt{f}}\right) \tag{6}$$

ε est la rugosité absolue et *R* est le nombre de Reynolds:

$$R = \frac{4Q}{\mathrm{P}\nu} \tag{7}$$

Ou ν est la viscosité cinématique.

3 MODELE RUGUEUX DE REFERENCE

La rugosité relative arbitrairement choisie $\overline{\varepsilon} / \overline{D_h} = 3,7.10^{-2}$ est obtenue pour diverses valeurs de la rugosité absolue $\overline{\varepsilon}$ et du diamètre hydraulique $\overline{D_h}$.

Puisque l'écoulement est ou supposé être en régime turbulent rugueux, le coefficient de frottement $\overline{f}$ est donc régi par la relation de *Nikuradse* pour $\varepsilon / D_h = \overline{\varepsilon} / \overline{D_h}$ et $f = \overline{f}$, soit $\overline{f} = \left[-2\log\left(\frac{3,7.10^{-2}}{3,7} \right) \right]^{-2} = (4)^{-2} = \frac{1}{16}$

Pour les caractéristiques hydraulique et géométriques du modèle rugueux de référence mentionnés par le symbole " ¯ ". Appliquant sur (5) on trouve :

$$\overline{i} = \frac{\overline{f}}{\overline{D_h}} \frac{\overline{Q}^2}{2g\overline{\mathrm{A}}^2} \tag{8}$$

L'équation (8) devient:

$$\overline{i} = \frac{1}{128g} \frac{\overline{\mathrm{P}}}{\overline{\mathrm{A}}^3} \overline{Q}^2 \tag{9}$$

Introduisant (1) et (2) a (9), en peut écrire :

$$i = \frac{\overline{f}\overline{b}(1 + 2\eta\sqrt{m^2 + 1})O^2}{8g\overline{b}^2 \eta(1 + m\eta)} \tag{10}$$

Posons que $\overline{Q} = Q$, ī=i , $\overline{D} = D$, $\overline{D_h} = D_h$ *et* $\overline{\eta}$=η. En peux déduire de l'Eq.10:

$$\overline{b} = \left[\frac{1 + 2\eta\sqrt{m^2 + 1}}{128\eta^3 (1 + m\eta)^3} \right]^{1/5} \left(\frac{Q^2}{gi} \right)^{1/5} \tag{11}$$

Introduisons l'Eq.10 dans Eq.07 en trouve :

$$\overline{R} = \frac{4\left[128\eta^3 (1 + m\eta)^3\right]^{1/5}}{(1 + 2\eta\sqrt{m^2 + 1})^{6/5}} \frac{(gQ^3 i)^{1/5}}{\nu} \tag{12}$$

4 FACTEUR DE CORRECTION POUR LA DIMENSION LINEAIRE

Selon la méthode du modèle rugueux, toute dimension linéaire *b* d'un canal donné est égale à la dimension linéaire homologue $\overline{b}$ du modèle rugueux, corrigée par les effets d'un facteur de correction ψ . Cela se traduit par la relation :

$$b = \psi \overline{b} \tag{13}$$

Où Ψ est le facteur de correction de la dimension linéaire, pouvait s'écrire sous la forme:

$$\psi \cong 1,35 \left[-\log\left(\frac{\varepsilon / \overline{D_h}}{4,75} + \frac{8,5}{\overline{R}} \right) \right]^{-2/5} \tag{14}$$

5 ETAPES DE CALCUL DE LA DIMENSION LINEAIRE

Connaissons le débit *Q*, le paramètre de forme η , la perte des charge *i*, la rugosité absolue ε et la viscosité cinématique ν, les étapes suivantes sont recommandé pour calculer la dimension linéaire *b*:

1. Connaissons *Q*, *i*, *m et* η , en calcul la dimension linéaire $\overline{b}$ depuis l'Eq.11.

2. Calcul du périmètre mouillé $\overline{P}$ et le diamètre hydraulique $\overline{D_h}$ du modèle rugueux de référence à partir des Eq.2 et Eq.4 respectivement.

3. Les valeurs connues des paramètres *Q*, $\overline{P}$ et ν sont introduites dans l'Eq.12 pour l'évaluation du nombre de *Reynolds* $\overline{R}$ caractérisant l'écoulement dans le modèle rugueux de référence.

4. A partir des valeurs connues de $\varepsilon / \overline{D_h}$ et de $\overline{R}$, l'Eq.14 permet le calcul du facteur de correction des dimensions linéaires ψ .

5. La valeur requise de la dimension linéaire *b* est finalement $b = \psi \overline{b}$.

6 APPLICATION POUR UN CANAL RECTANGULAIRE

Lorsque la valeur de la pente *m* égal à zéro (*m*=0) la forme du canal devient rectangulaire

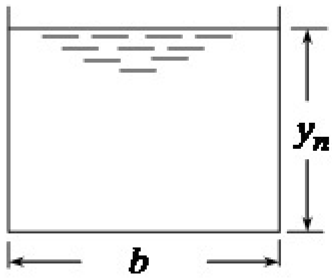

Fig. 2. Caractéristique du canal de forme rectangulaire

La section mouillée A

$$A = \eta b^2 \tag{15}$$

Le périmètre mouillé P

$$P = b(1 + 2\eta) \tag{16}$$

Les étapes de calcul d'un canal rectangulaire sont les mêmes que celles d'un canal trapézoïdale en remplaçant l'Eq.1 et l'Eq.2 par l'Eq.15 et l'Eq.16 respectivement.

7 EXEMPLE

Un canal de forme trapézoïdale écoule un débit volume $Q = 3,861 m^3 / s$ d'un liquide de viscosité cinématique $\nu = 10^{-6} m^2 / s$ sous une pente géométrique $i = 10^{-3}$. Sachant que la rugosité absolue caractérisant l'état des parois internes du canal est $\varepsilon = 10^{-3} m$; *m*=1.732050808 et que le paramètre de forme de la section mouillée est $\eta = y_n / b = 0,60$, déterminez la largeur b du canal.

SOLUTION

1. La dimension linéaire $\overline{b}$ du modèle rugueux de référence est, selon l'Eq.11

$$\overline{b}=\left[\frac{1+2n\sqrt{m^2+1}}{128n^3(1+mn)^3}\right]^{1/5}\left(\frac{Q^2}{gi}\right)^{1/5}=$$

$$\left[\frac{1+2\times 0{,}6\sqrt{1.732050808^2+1}}{128\times 0.6^3(1+1.732050808\times 0.6)^3}\right]^{1/5}\left(\frac{3.816^2}{9.87\times 10^{-3}}\right)^{1/5}=1.845283398m$$

2. Le diamètre hydraulique $\overline{D_h}$ du modèle rugueux de référence est, en vertu de l'Eq.4

$$\overline{D}_h=\frac{4b\eta(1+m\eta)}{1+2\eta\sqrt{m^2+1}}=\frac{4\times 1.845283398\times 0.6(1+1.732050808\times 0.6)}{1+2\times 0.6\sqrt{1.732050808^2+1}}=2.656205758m$$

Tandis que le périmètre mouillé $\overline{P}$ est, selon l'Eq.2

$$\overline{P}=\overline{b}(1+2\eta\sqrt{m^2+1})=1.845283398(1+2\times 0.6\sqrt{1.732050808^2+1})=6.273963553m$$

3. Le nombre de *Reynolds* $\overline{R}$ caractérisant l'écoulement dans le modèle rugueux de référence

$$\overline{R}=\frac{4Q}{\overline{P}\nu}=\frac{4\times 3.861}{6.273963553\times 10^{-6}}=2461601.804$$

4. La relation (2.35) permet ainsi le calcul du facteur de correction des dimensions linéaires ψ , soit :

$$\psi\cong 1{,}35\left[-\log\left(\frac{\varepsilon/\overline{D_h}}{4{,}75}+\frac{8{,}5}{\overline{R}}\right)\right]^{-2/5}=1{,}35\times$$

$$\left[-\log\left(\frac{10^{-3}/2.656205758}{4.75}+\frac{8.5}{2461601.804}\right)\right]^{-2/5}=0.901171314$$

5. Finalement, la valeur requise de la dimension linéaire *b* est:

b=0.9011711314 × 1.845283398=1.662916465 m

A titre indicatif, nous pouvons conclure que la profondeur normale y_n de l'écoulement est : $y_n=\eta b=0.6\times 1.66291645=0.997749878m$

Cette étape vise à vérifier la valeur donnée de la pente longitudinale *i* du canal par application de la relation de *Darcy-Weisbach*, pour la valeur calculée de la dimension linéaire b , soit : $i=\dfrac{f}{D_h}\dfrac{Q^2}{2gA2}$

Le diamètre hydraulique D_h est donné par l'Eq.4, soit :

$$D_h=\frac{4b\eta(1+m\eta)}{1+2\eta\sqrt{m^2+1}}=\frac{4\times 1.66291646655\times 0.6(1+1.732050808\times 0.6)}{1+2\times 0.6\sqrt{1.732050808^2+1}}=2.393696436m$$

L'aire de la section mouillée A est, selon l'Eq.1

$$A = \eta b^2(1+m\eta) = 0.6\times 1.662916466^2(1+1.732050808\times 0.6) = 3.383439636m^2$$

Le coefficient de frottement f est évalué, soit

$$f = \frac{\psi^5}{16} = 0.901171314^5/16 = 0.056323207$$

La pente longitudinale *i* est par suite, selon la relation de *Darcy-Weisbach*

$$i = \frac{f}{D_h}\frac{Q^2}{2gA2} = \frac{0.056323207\times 3.861^2}{2.393696436\times 2\times 9.81\times 3.383439636^2} = 0.001561715 \approx 10^{-3}$$

Il s'agit bien de la valeur de *i* donnée à l'énoncé de l'exemple d'application considéré.

8 CONCLUSION

On a appliqué une méthode analytique sur le dimensionnement des conduites des formes trapézoïdale et rectangulaire. L'objectif été de calculer la dimension linéaire du canal, elle a été résolue analytiquement. Les étapes de calcul sont explicites et simples.

REFERENCES

[1] A.A. Lamri.Contribution à l'étude de l'écoulement uniforme dans un canal de forme trapézoïdale. mémoire de magister. Université de Biskra 2013.

[2] R.O. Sinninger, W.H. Hager, Constructions Hydrauliques, 1ère Ed., Ed. Lausanne, Suisse: Presses Polytechniques Romandes, 1989.

[3] L.F. Moody, Friction factors for pipe-flow, Transactions ASME (1944).

[4] V.T. Chow, Open channel hydraulics, McGraw Hill, New York, 1973.

[5] P.K. Swamee, A.K. Jain, Explicit equations for Pipe-flow Problems, J. Hyd. Engrg, ASCE 102(5) (1976) 657-664.

[6] P.K. Sawamee, N. Swamee, design of noncircular sections, J. Hyd. Res., 46(2) (2008) 277-281.

[7] B. Achour, A. Bedjaoui, Discussion of Explicit Solutions for Normal Dept Problem, by P.K. Swamee, P. N. Rathie, J. Hyd. Res., 44(5) (2006) 715-717.