

## La régression linéaire dans l'étude des paramètres d'un modèle économétrique

### [ Linear regression in the parameters study of an econometric model ]

*Mayuke Katshongo Jean Paul<sup>1</sup>, Kapita Mwadi Ghislain<sup>2</sup>, and Mbitse Munda<sup>3</sup>*

<sup>1</sup>Département des Mathématiques, Faculté des Sciences,  
Université de Lubumbashi, BP 1825, Lubumbashi, RD Congo

<sup>2</sup>Département d'Informatique de Gestion,  
Institut Supérieur Pédagogique de Lubumbashi, BP 1796, Lubumbashi, RD Congo

<sup>3</sup>Département des Mathématiques, Faculté des Sciences,  
Université de Lubumbashi, BP 1825, Lubumbashi, RD Congo

Copyright © 2016 ISSR Journals. This is an open access article distributed under the **Creative Commons Attribution License**, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

**ABSTRACT:** We show in this study, an economist and a manager must be able to explain and predict economic trends and also understand the relationships that influence (production, consumption and distribution) that the business may suffer and could revive in the future. Linear regression was for us, a way that could give us a simple model to measure the impact of characteristics of a dependent variable on one or more well-defined variables; So an economic variable that explains the behavior of observed economic variables that influence the observed economic situation. If the economic situation does not allow admitting a linear regression model, we can transform the whole time in a linear model by appropriate methods and techniques. Hence it is easy to study the model as if it were a linear model in order to estimate the parameters to explain, understand and predict the future of the measured economic phenomenon. In this study, we use the experimental method which we analyze in four steps:

- Definition of econometrics and some general notions of econometrics.
- Definition of the model and to estimate the parameters.
- Statement of assumptions and properties of the method used to estimate the parameters.
- Make the judgment tests on the quality of the regression.

And the technique is the method of ordinary least square to estimate model parameters.

**KEYWORDS:** Econometrics, Setting, forecast economic conditions, Model, method of ordinary least square.

**RESUME:** Nous montrons, dans cette étude, qu'un économiste ou un gestionnaire doit être capable d'expliquer et de prédire les tendances économiques, et aussi comprendre les relations qui les influencent (la production, la consommation et la distribution) que l'entreprise peut subir et qu'elle pourrait revivre dans l'avenir. La régression linéaire a été pour nous, un moyen qui pourrait nous donner un modèle simple pour mesurer l'impact des caractères d'une variable expliquée sur une ou plusieurs variables bien déterminées; donc une variable économique qui explique les comportements des grandeurs économiques observées qui influencent la situation économique observée. Si une situation économique ne permet pas d'admettre un modèle de régression linéaire, on peut toutefois le transformer à un modèle linéaire par des méthodes et techniques appropriées. D'où on peut faire aisément l'étude du modèle comme si c'était un modèle linéaire afin de pouvoir estimer les paramètres pour bien expliquer, comprendre et prédire l'avenir du phénomène économique observé. Dans cette étude, nous utilisons la méthode expérimentale que nous analysons en quatre étapes:

- Définition de l'économétrie ainsi que quelques notions générales de l'économétrie.

-Définition du modèle et faire l'estimation des paramètres.  
-Énoncé des hypothèses et les propriétés de la méthode utilisée pour l'estimation des paramètres.  
-Faire les tests de jugement sur la qualité de la régression.  
Et la technique utilisée est la méthode de moindres carrés ordinaires pour estimer les paramètres du modèle.

**MOTS-CLEFS:** Économétrie, Paramètre, prédire les tendances économiques, Modèle, Méthode de moindres carrés.

## 1 INTRODUCTION

Actuellement, et vu les différentes réalisations technologiques et scientifiques, l'économie devient un élément essentiel et incontournable de la vie moderne. Puisqu'il faut toujours échanger des biens, alors il est aussi important d'étudier les mécanismes qui influencent les comportements économiques. Comme les entreprises actuellement ont accru leurs capacités, alors, elles sont devenues maintenant des groupes ou des associations de plusieurs personnes ou de plusieurs autres entreprises, dont la gestion et l'administration deviennent plus complexes. Alors les modèles économétriques sont des techniques qui peuvent être utilisés par les entreprises afin de bien gérer les affaires[1].

Nul n'ignore que l'économie joue un rôle essentiel dans la vie. Tout le monde cherche à comprendre comment les comportements économiques influencent notre vie quotidienne, et surtout les entreprises qui cherchent comment gérer les ressources qu'ils produisent ou qu'ils possèdent. Nous aimerions connaître les mécanismes qui influencent les comportements économiques vécus ou l'apport de l'analyse économique théorique en science économique.

Cela se réalise si un modèle économique théorique parvient à rendre la validité d'une relation. Si ce n'est pas le cas, on peut le considérer comme moins intéressant et son utilisation n'apporte pas une meilleure compréhension du modèle économique. Dans l'affirmatif du modèle, il y a la possibilité d'effectuer des prévisions, d'adopter une conduite de la politique économique optimale.

## 2 ECONOMETRIE

L'économétrie est l'intersection de quatre disciplines à savoir : l'Économie, les Mathématiques, la Statistique et l'informatique[2]. Elle est donc une science interdisciplinaire. Elle désigne tout simplement l'ensemble des techniques mathématiques et statistiques destinées à mesurer des grandeurs économiques pour juger leurs relations causales dont son objectif est de confronter un modèle économique théorique à un modèle pratique afin de vérifier la validité du modèle théorique.

L'économétrie se distingue de l'économie mathématique et des statistiques économiques par le fait que l'économie mathématique étudie des relations sans préciser les valeurs numériques des paramètres et les statistiques économiques étudient des mesures des variables économiques sans chercher des relations entre-elles[3].

## 3 MODELE ECONOMETRIQUE

Comme un modèle économétrique est une relation entre les variables économiques, perturbées par un ensemble d'éléments inobservables et déterminées par des paramètres observables sur lesquels sont imposés un certain nombre d'hypothèses nécessaires pour l'estimation, alors un modèle économétrique est une équation dont le rôle est d'expliquer un phénomène grâce à des variables que l'on juge déterminantes[4]. Donc l'objectif est de capturer le fait le plus marquant de la réalité qu'il cherche à représenter.

## 4 METHODE ECONOMETRIQUE

L'économétrie est une analyse économique basée sur les modèles définis par le fonctionnement réel de l'économie et formalisés sous forme d'une équation algébrique à l'aide des techniques mathématiques dont les paramètres sont estimés à l'aide de la statistique.

En économétrie, plusieurs modèles sont utilisés, et à chaque modèle est liée une méthode d'estimation des paramètres ; pour notre cas, la méthode de moindres carrés ordinaires est la meilleure technique d'estimation des paramètres

L'économétrie se base plus sur les données. Ces dernières constituent le cœur de l'économétrie. Elles sont principalement de trois grands types:

- Données en séries temporelles ou longitudinales :Elles sont indicées par le temps  $t$ .
- Données en coupe : Soient  $(y_i, x_i)$  dont leur indice correspond à l'identifiant d'un individu ou d'une entreprise.
- Données à double indice: On les notes  $(y_{it}, x_{it})$ , et on dispose d'informations sur des individus  $i$  pour  $i \in [1, n]$ , que l'on suit sur plusieurs périodes  $t$  qui varie de 1 à  $T$ [5].

L'économétrie comme une technique d'analyse des données n'a que deux usages :

- La prédiction : Qui est le premier usage opérationnel de l'économétrie. Pour l'anticipation et la prise de décision.
- La simulation et la définition des politiques économiques : Qui est le second usage opérationnel de l'économétrie, pour permettre de définir les bonnes politiques économiques et d'en mesurer à l'avance les conséquences [6].

Donc l'économétrie a pour objectif d'estimer et de tester les modèles économiques, à partir de données issues de l'observation du fonctionnement réel de l'économie ou provenant d'expériences contrôlées.

## 5 DEFINITION DU MODELE ET L'ESTIMATION DES PARAMETRES

En économie, il est possible de supposer l'existence d'une liaison entre des variables.

Par l'exemple ci-dessous, on peut voir le lien entre variables économétriques.

Le revenu disponible et la consommation au cours d'une période sont directement liés.

On peut en effet penser que la consommation  $C$  est influencée par le Revenu disponible  $R$ . Lorsque le revenu augmente, la consommation s'accroît aussi [7].

On peut alors supposer que la relation qui lie la consommation et le revenu est linéaire et peut s'écrire :

$$C_i = a_1 R_i + a_0$$

Les  $C_i$  sont les consommations au temps  $i$  et  $a_1$  et  $a_0$  sont les paramètres qui permettent d'une part de mesurer l'impact sur la variable expliquée  $C_i$  et d'autre part, prévoir l'existence de la variable endogènes  $R_i$ .

D'une manière générale l'équation s'écrit comme suit :

$$y_i = a_1 x_i + a_0$$

C'est le modèle de régression linéaire simple

Comme le modèle est posé, alors nous cherchons à estimer les coefficients  $a_1$  et  $a_0$  de cette droite dans le but de reproduire le phénomène économique observé.

Puisqu'une modélisation ne peut jamais être parfaite, on introduit la variable  $\varepsilon_i$ , qui est une variable aléatoire représentant l'erreur dû à la modélisation.

$$y_i = a_1 x_i + a_0 + \varepsilon_i$$

Cette équation peut s'écrire, juste après avoir estimé les paramètres :

$$\hat{y}_i = \hat{a}_1 x_i + \hat{a}_0$$

Où bien

En considérant  $e_i = y_i - \hat{y}_i$ , l'équation  $\hat{y}_i = \hat{a}_1 x_i + \hat{a}_0$  s'écrit:

$$y_i = \hat{a}_1 x_i + \hat{a}_0 + e_i$$

Avec  $e_i$  les erreurs estimées

Pour estimer les paramètres  $a_0$  et  $a_1$  nous utilisons la méthode de moindres carrés ordinaires.

Déterminons ces paramètres afin de mieux reproduire le phénomène économique observé [8].

En effet, estimons  $a_0$  et  $a_1$  de sorte que la distance au carré entre chaque point observé et  $y_i$  soit minimum et que chaque point  $\hat{y}_i$  détermine la droite de l'équation  $\hat{y}_i = \hat{a}_1 x_i + \hat{a}_0$  dont son écart est déterminée par  $e_i = y_i - \hat{y}_i$ . C'est-à-dire  $e_i$  est l'écart entre deux mesures  $y_i$  et  $\hat{y}_i$ .

Alors la méthode de moindres carrés ordinaires cherche les valeurs de  $a_0$  et  $a_1$  en minimisant l'écart  $e_i$  tel que :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n e_i^2 &= \text{Min} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \\ &= \text{Min} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{a}_1 x_i - \hat{a}_0)^2 \\ &= \text{Min } S \\ \text{avec } S &= \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{a}_1 x_i - \hat{a}_0)^2. \end{aligned}$$

Où n est le nombre d'observation pour les variables  $y_i$  et  $x_i$ .

Avec les conditions du premier ordre pour obtenir un optimum pour S :

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial \hat{a}_0} = 0 &\Leftrightarrow \sum_{i=1}^n -2(y_i - \hat{a}_1 x_i - \hat{a}_0) = 0 \\ &\Leftrightarrow \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n \hat{a}_1 x_i - \sum_{i=1}^n \hat{a}_0 = 0 \end{aligned}$$

En multipliant cette équation dans les deux membres par  $1/n$ , on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{a}_1 x_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{a}_0 &= 0 \\ \bar{y}_i - \bar{x}_i \hat{a}_1 - \hat{a}_0 &= 0 \end{aligned}$$

D'où finalement on a :

$$\hat{a}_0 = \bar{y}_i - \hat{a}_1 \bar{x}_i \quad (*)$$

$$\frac{\partial S}{\partial \hat{a}_1} = 0 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^n -2x_i(y_i - \hat{a}_1 x_i - \hat{a}_0) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sum_{i=1}^n x_i y_i - \hat{a}_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 - \hat{a}_0 \sum_{i=1}^n x_i) = 0 \quad (**)$$

En substituant (\*) dans (\*\*) et en tirant  $a_1$ , on trouve:

$$\hat{a}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Sachant la condition suffisante du second ordre pour que S soit un minimum:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial^2 \hat{a}_0} > 0, \frac{\partial^2 S}{\partial^2 \hat{a}_1} > 0 \quad \text{et } J = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 S}{\partial^2 \hat{a}_1} & \frac{\partial^2 S}{\partial \hat{a}_1 \partial \hat{a}_0} \\ \frac{\partial^2 S}{\partial \hat{a}_0 \partial \hat{a}_1} & \frac{\partial^2 S}{\partial^2 \hat{a}_0} \end{vmatrix} > 0$$

J est le jacobien de S

En effet :

$$\frac{\partial^2 S}{\partial^2 \hat{a}_0} > 0 \equiv 2n > 0, \frac{\partial^2 S}{\partial^2 \hat{a}_1} > 0 \equiv \sum_{i=1}^n 2x_i^2 > 0$$

Ce qui implique que :

$$J = \begin{vmatrix} \sum_{i=1}^n 2x_i^2 & \sum_{i=1}^n 2x_i \\ \sum_{i=1}^n 2x_i & 2n \end{vmatrix} > 0$$

S est convexe alors les valeurs de  $a_0$  et  $a_1$  sont les valeurs minimales de S.

## 6 LES HYPOTHESES DE LA METHODE MCO

1)  $x_i$  sont des variables certaines, c'est-à-dire  $x_i$  sont des variables non aléatoires [7].

En effet.

$$\text{cov}(x_i, \varepsilon_i) = 0 \quad \forall i = 1 \dots n$$

Ce qui signifie que la variable explicative et l'erreur sont indépendantes.

- 2) La moyenne arithmétique des erreurs est nulle.

$$E(\varepsilon_i) = 0$$

Le modèle est bien spécifié en moyenne

- 3)  $Var(\varepsilon_i) = \sigma_{\varepsilon_i}^2$

$$4) \underset{cov}{(i, \varepsilon_{i'})} = 0$$

- 5) Les erreurs sont linéairement indépendantes des variables exogènes c'est-à-dire

$$\underset{cov}{(i, \varepsilon_{i'})} = 0 \quad \forall i \neq i'$$

## 7 PROPRIETES DE LA METHODE MCO

- Si ces hypothèses sont vérifiées, les estimateurs obtenus par la méthode de Moindre Carré Ordinaire ont les bonnes propriétés, c'est-à-dire l'estimateur est sans biais [7].

En effet;

$$E(\hat{a}_1) = a_1 \text{ et } E(\hat{a}_0) = a_0$$

- Les estimateurs sont convergents.

En effet ;

$$\lim_{n \rightarrow \infty} Var(a_0) = 0$$

et

$$\lim_{n \rightarrow \infty} Var(a_1) = 0$$

- Les estimateurs des MCO ont la plus petite variance parmi les estimateurs linéaires sans biais.

C'est donc bien des estimateurs BLUE (Best Linear Unbiased Estimator).

### 7.1 CRITERE DE JUGEMENT DE LA QUALITE DE REGRESSION

Soit l'égalité  $\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{\hat{y}})^2 + \sum_{i=1}^n e_i^2$

En posant :

$$SCT = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2$$

$$SCE = \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{\hat{Y}})^2$$

$$SCR = \sum_{i=1}^n e_i^2$$

$$SCT = SCR + SCE$$

Où

SCT est la somme des carrés totaux, traduit la variabilité totale de l'endogène,

SCE est la somme des carrés expliqués, traduit la variabilité expliquée par le modèle ;

SCR est la somme des carrés résiduels correspond à la variabilité non-expliquée par le modèle.

Construisons le critère  $R^2$  appelé coefficient de détermination, pour juger la qualité de l'ajustement ou évaluation globale de la régression.

$R^2$  est donné par:  $R^2 = \frac{SCE}{SCT}$ ,

ou

$$R^2 = 1 - \frac{SCR}{SCT}.$$

$R = \sqrt{R^2}$  est le **coefficient de corrélation multiple**.  $0 \leq R \leq 1$

Plus  $R$  est proche de 1, plus l'estimation des paramètres est bonne ; donc la somme des carrés expliqués est proche de la somme des carrés totaux [7].

## 7.2 PREVISION

Lorsque les coefficients du modèle sont estimés, il est possible de faire la prévision à un horizon quelconque. Alors si la valeur de  $x_{n+1}$  est connue, la prévision de  $y_{n+1}$  est déterminée par:

$$\hat{y}_{n+1} = \hat{a}_1 x_{n+1} + \hat{a}_0$$

et son erreur est  $e_{n+1} = y_{n+1} - \hat{y}_{n+1}$

Dans quel cas l'écart sera acceptable ? Ou l'erreur sera minimum ?

Ici nous devons construire l'intervalle de confiance afin de pouvoir observer si la prédiction est bonne ou non.

Or, par définition, l'intervalle de confiance est donnée par la relation:

$$-t_{n-2}^{\frac{\alpha}{2}} \hat{\sigma}_\varepsilon \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}} + 1 \leq y_{n+1} - \hat{y}_{n+1} \leq +t_{n-2}^{\frac{\alpha}{2}} \hat{\sigma}_\varepsilon \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}} + 1$$

Où  $t_{n-2}^{\frac{\alpha}{2}}$  est la valeur critique de loi de Student pour un risque  $\alpha$  et  $n-2$  degré de liberté.

D'où on a :

$$y_{n+1} - t_{n-2}^{\frac{\alpha}{2}} \hat{\sigma}_\varepsilon \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}} + 1 \leq \hat{y}_{n+1} \leq y_{n+1} + t_{n-2}^{\frac{\alpha}{2}} \hat{\sigma}_\varepsilon \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}} + 1$$

Donc la valeur de  $y_{n+1}$  est contenue dans cette intervalle.

## 8 CONCLUSION

L'information quantitative est un support très important pour la prise de décision en économie. Les modèles utilisés en économétrie résument les informations des données que l'on suppose pertinentes. Des tels modèles aident à comprendre la relation entre les variables économiques et les effets possibles sur les décisions.

L'économétrie est un outil indispensable dans la gestion d'une entreprise pour trois raisons majeurs:

- La théorie économique ne donne pas souvent l'information quantitative dont on a besoin dans la prise des décisions pratiques.
- Les données quantitatives pertinentes sont disponibles presque dans toutes les disciplines économiques.
- Les modèles économiques sont étudiés ou analysés facilement par les techniques de l'économétrie comme support d'aides à la décision.

De nos jours l'économétrie forme un outil indispensable pour les modèles empiriques dans presque toutes les sciences économiques et de gestion. Dans les domaines tels que la finance et marketing, les données quantitatives sont rassemblées sur une base régulière, hebdomadaire, quotidienne, ou même chaque seconde.

L'économétrie est un champ interdisciplinaire, car elle utilise l'intelligence de l'économie de la gestion, de l'analyse des données, ... pour sélectionner les variables pertinentes afin d'être un support indispensable pour aider les gestionnaires à prendre des bonne décisions.

Avec les exigences actuelles qu'impose la méthodologie économique, tout économiste ou gestionnaire a l'obligation d'être quantitativiste. Ce n'est qu'à ce prix qu'il sera capable de comprendre les faits et phénomènes sociaux qui influencent les conjonctures économiques.

## REFERENCES

- [1] O., TORRES. *Introduction à l'économetrie "le modele de regression lineaire*. LILLE (France) : Univerité Charle-de-gaule LILLE III, Version du 30/11/2011.
- [2] Christiaan Heij, Paul de Boer, Philip Hans Franses, Teun Kloek, Herman K. van Dijk. *Econometric Methods with Applications in Business and Economics*. USA et UK : Oxford, 2004. ISBN 0-19-926801-0 3579108642.
- [3] BOUDJEMA, A. ZAKANE ET RACHID. *Revu d'économie et statistique appliquée. Numero 06 Mai 2006*. Editée par I.N.P.S, 2006, Vol. 145 page, 06.
- [4] Karamé, F. *Economètrie M1 Assurance et analyse financière*. Maine : Université du Maine, 2012.
- [5] JACQUEMET, BRUNO CREPON et NICOLAS. *Econometrie linéaire appliquée*. PARIS : s.n., 2006.
- [6] Bourbonnais, R. *Econométrie, Manuel et exercices corrigés*, Dunod, 2<sup>ème</sup> édition, 1998
- [7] Hamisultane, Hélène. *Econometrie de serie temporelle*. PARIS : Univesité de paris II, 2010.
- [8] Rakotomalala, Ricco. *Regression linéire simple*.
- [9] VEYSSEYRE, RENNE. *Aide memoire de STATISTIQUES ET PROBABILITE APPLIQUEES pour l'ingenieur*. PARIS : Deuxième Edition DUNOD, 2001 et 2006. ISBN 2 10 049994 7.
- [10] Dodge, Y. Rousson. *Analyse de régression appliquée*, Dunod, 2<sup>ème</sup> édition, 2004
- [11] Labrousse, C.. *Introduction à l'économétrie, Maitrise d'économétrie*, Dunod, 1983
- [ 12] Christophe Hurlin, *master économétrie et statistique appliquée (ESA)*, Université d'Orléans, Econométrie et statistique non Paramétrique (Partie II), Année universitaire 2007-2008
- [13] Estelle Ouellet, *Guide d'économétrie appliquée pour Stata*, Université de Montréal, 2005
- [14] Shuyan LIU, *Notes de cours Econométrie*, Paris 2013-2014
- [15] Jean Marc Azais et Jean Bardet, *Le modèle linéaire par l'exemple : Régression, Analyse de la variance et Plans d'expérience illustrés avec R, SAS et S plus*, Dunod, 2006
- [16] Virginie Delsart, Arnaud Rys et Nicolas Vaneecloo, *Econométrie Théorie et application sous SAS*, Septentrion, 2009