

Intégration des défauts de forme dans une méthode au pire des cas d'analyse des tolérances

[Integration of form deviations in a worst case method tolerance analysis]

S. Boutahari, M. Chahbouni, H. Atik, and D. Amegouz

Laboratoire de Productique, des Energies et de Développement Durable,
Université Sidi Mohammed Ben Abdellah, Ecole Supérieure de Technologie,
BP 2427, Route Imouzzer, 30000 Fès, Maroc

Copyright © 2016 ISSR Journals. This is an open access article distributed under the **Creative Commons Attribution License**, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

ABSTRACT: This work is to study the influence of form deviation on the tolerance analysis of a mechanism. In this case we use the worst case method. We also use the deviation domain. The study is primarily to assess the accumulated tolerances while assuming insignificant form deviations and secondly to integrate these deviations to assess the functional condition which is defined by orientation tolerance.

KEYWORDS: tolerancing, tolerance analysis, form deviations, deviation domain, worst case method.

RESUME: Ce travail consiste à étudier l'influence des défauts de forme sur l'analyse des tolérances d'un mécanisme. Pour ce faire une méthode au pire des cas est utilisée. Le modèle utilisé est la méthode des domaines écart. L'étude consiste en premier lieu à évaluer le cumul des tolérances tout en supposant négligeables les défauts de forme et en deuxième lieu à intégrer ces défauts pour évaluer la condition fonctionnelle qui est définie par tolérance d'orientation.

MOTS-CLEFS: Tolérancement, Analyse des tolérances, défauts de forme, domaine écart, méthode au pire des cas.

1 INTRODUCTION

L'analyse des tolérances est une étape importante dans le processus de conception d'un mécanisme. En effet elle permet de relier les tolérances spécifiques des pièces élémentaires qui constituent un mécanisme aux tolérances fonctionnelles qui représentent les conditions fonctionnelles de ce mécanisme.

L'analyse des tolérances est un processus d'estimation de la propagation des tolérances dans un mécanisme. Du fait des variations dimensionnelles et géométriques inhérentes à la fabrication, une analyse préalable des tolérances s'avère indispensable pour estimer le cumul des tolérances et éviter ainsi les rejets dus à la propagation des tolérances et la non faisabilité des assemblages.

Deux approches d'analyse des tolérances sont souvent utilisées : l'approche au pire de cas et l'approche statistique. L'approche au pire de cas garantit la condition fonctionnelle du mécanisme ce qui engendre la restriction des intervalles de tolérances des composants et par conséquent l'augmentation du coût de production, alors que l'approche statistique suppose que la probabilité de trouver une configuration au pire de cas est faible, on peut alors élargir les intervalles de tolérances des composants ce qui permet de diminuer le coût de production mais avec un risque de non-conformité des mécanismes. Avec cette approche les pièces composantes ne sont pas qualifiées individuellement mais par lot qui est caractérisé par sa moyenne et son écart-type et les rejets portent sur des mécanismes assemblés.

L'analyse des tolérances géométriques est souvent réalisée en supposant que les défauts de forme sont négligeables. L'objectif de ce travail est d'introduire les défauts de forme dans l'analyse des tolérances à l'étape de conception.

Finalement un exemple d'assemblage est considéré et qui vise à illustrer l'influence des défauts de forme sur l'analyse des tolérances géométriques avec la méthode des domaines.

2 MÉTHODE DES DOMAINES : DOMAINE ÉCART

Comme il n'est pas possible de fabriquer des pièces parfaites, les surfaces réelles vont présenter différents défauts: de forme, d'orientation et de position. Nous associons une surface parfaite (surface associée), de même nature, à toute surface réelle, avec un critère d'optimisation (le plus souvent le critère des moindres carrés).

La méthode des domaines permet de modéliser les petites variations géométriques des surfaces de substitution (surface associée) et de réaliser l'analyse ou la synthèse des tolérances géométriques de mécanismes tridimensionnels [1]. Les tolérances dimensionnelles et géométriques des pièces étant fixées, la méthode permet de définir les relations entre les tolérances fonctionnelles et les tolérances spécifiques à chaque surface de liaison ou fonctionnelle. Cette méthode a été étudiée, développée et appliquée à des mécanismes dans plusieurs travaux de recherche [2], [3], [4], [5].

Cette approche se basant sur les torseurs des petits déplacements permet de spécifier les domaines jeux et les domaines écarts.

Une surface quelconque présente 6 composantes d'écarts: 3 translations et 3 rotations. Ces écarts étant de faibles amplitudes par rapport aux positions relatives des surfaces, il est possible de les caractériser par un torseur de petits déplacements où $\overrightarrow{\delta\theta}$ est le vecteur rotation et $\overrightarrow{\delta(M)}$ est le vecteur translation [6].

$$\begin{Bmatrix} \overrightarrow{\delta\theta} \\ \overrightarrow{\delta(M)} \end{Bmatrix}_M = \begin{pmatrix} r_x & t_x \\ r_y & t_y \\ r_z & t_z \end{pmatrix} \quad (1)$$

A la surface nominale on associe un repère $R_n(O_n, \vec{x}_n, \vec{y}_n, \vec{z}_n)$ et la surface réelle est représentée par une surface associée du repère $R_r(O_r, \vec{x}_r, \vec{y}_r, \vec{z}_r)$.

Dans le cas d'une surface plane, le torseur caractéristique est défini par :

$$\begin{Bmatrix} \overrightarrow{\delta\theta} \\ \overrightarrow{\delta(M)} \end{Bmatrix}_M = \begin{Bmatrix} r_x & 0 \\ r_y & 0 \\ 0 & t_z \end{Bmatrix}_{(O, x, y, z)} \quad (2)$$

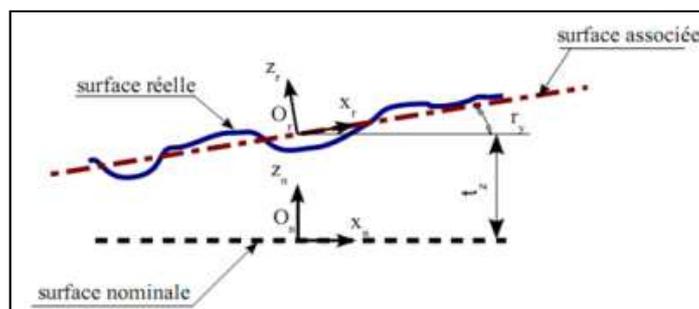


Fig. 1. Ecarts d'une surface plane

Les composantes d'écarts entre le repère réel et le repère nominal, pour une surface plane sont : une translation suivant la normale au plan et deux rotations autour des axes perpendiculaires à la normale. On obtient donc un torseur des petits déplacements de la forme suivante :

$$E_{\text{surface plane}} = \begin{Bmatrix} r_x & 0 \\ r_y & 0 \\ 0 & t_z \end{Bmatrix}_{(O, \vec{x}_n, \vec{y}_n, \vec{z}_n)} \quad (3)$$

3 ANALYSE DES TOLERANCES AVEC PRISE EN COMPTE DES DEFAUTS DE FORME

Deux approches d'analyse des tolérances sont souvent utilisées dans les systèmes d'aide au tolérancement: l'approche au pire de cas et l'approche statistique. Dans notre étude, nous nous limiterons à la méthode au pire de cas. Souvent l'analyse est effectuée en faisant l'hypothèse que les défauts de forme et d'orientation sont négligeables devant les défauts de position.

Néanmoins plusieurs méthodes ont été développées pour intégrer les défauts de formes au sein des mécanismes [7], [8].

3.1 EXEMPLE ETUDIE : EMPILAGE DE PIECES

L'exemple traité s'agit d'un assemblage (empilage) de deux pièces prismatiques rigides de surfaces fonctionnelles planes (Fig.2). Dans un premier temps nous avons fabriqué un ensemble de pièces prismatiques de mêmes dimensions. Nous avons mesuré pour chaque pièce élémentaire le défaut de parallélisme et de planéité d'une surface fonctionnelle par rapport à une surface de référence. Ainsi nous avons mesuré le défaut de parallélisme de chaque assemblage constitué de deux pièces. Enfin nous avons comparé les résultats de l'analyse des tolérances avec et sans prise en compte des défauts de forme.

Les surfaces fonctionnelles des deux pièces sont des surfaces planes et la condition fonctionnelle est le parallélisme de la surface terminale B2 appartenant à la pièce 2 par rapport à la surface de référence A1 appartenant à la pièce 1. Cette condition fonctionnelle est influencée par le défaut de la surface B1 de la pièce 1 et le défaut de la surface B2 de la pièce 2.

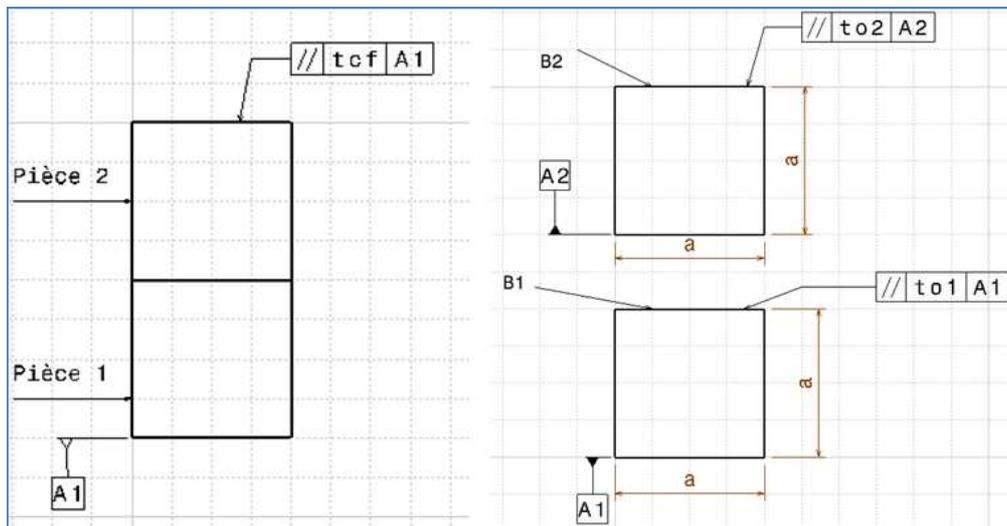


Fig. 2. Tolérances géométriques des pièces élémentaires et de l'assemblage

3.2 DOMAINES ÉCART DES PIÈCES ET DE L'ASSEMBLAGE

L'étude porte sur un lot de 10 pièces prismatiques de mêmes dimensions selon le dessin de définition suivant (Fig. 3).

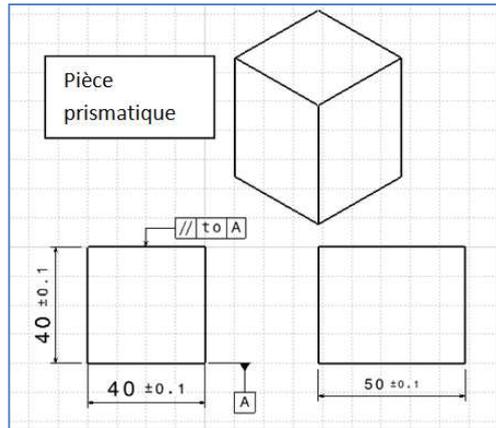


Fig. 3. Dessin de définition des pièces fabriquées

Le domaine écart des surfaces planes avec une tolérance de parallélisme est défini par les quatre inéquations indépendantes suivantes:

$$(E_{O1Bi}) = \begin{cases} -t_{oi} \leq ar_y + br_x \leq t_{oi} \\ -t_{oi} \leq ar_y - br_x \leq t_{oi} \end{cases} \quad i = 1 \text{ ou } 2 \quad (4)$$

La solution de ces quatre inéquations permet d'obtenir le domaine écart de la surface plane tolérancée avec une tolérance de parallélisme de t_o . Sa représentation graphique dans l'espace des petits déplacements $\{r_x, r_y\}$ est de la forme suivante :

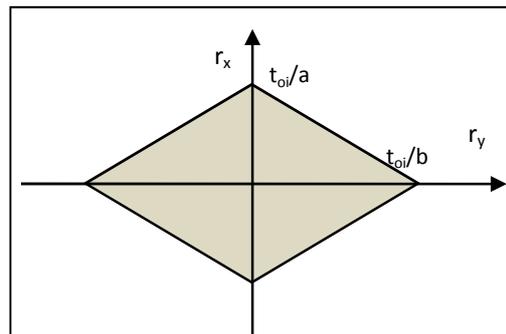


Fig. 4. Domaine écart de la tolérance de parallélisme des pièces élémentaires

Le domaine écart de la condition fonctionnelle (la tolérance de parallélisme de la surface plane terminale) est défini par les quatre inéquations indépendantes suivantes:

$$(E_{OB2}) = \begin{cases} -t_{cf} \leq ar_y + br_x \leq t_{cf} \\ -t_{cf} \leq ar_y - br_x \leq t_{cf} \end{cases} \quad (5)$$

Le domaine écart résultant des écarts (E_{O1B1}) et (E_{O2B2}) est obtenu en utilisant la somme de Minkowski [9].

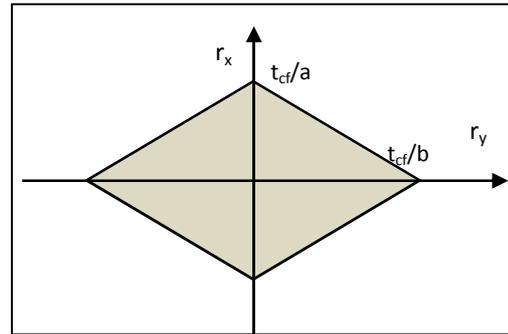


Fig. 5. *Domaine écart de condition fonctionnelle*

Sachant que la condition fonctionnelle $t_{cf} = \sum_1^2 t_{oi}$

3.3 RÉSULTATS DE MESURE

Les mesures sont effectuées sur une machine à mesurer tridimensionnelle. Pour chaque pièce contrôlée nous déterminons les défauts de planéité et de parallélisme des plans B1 et B2 par rapport au plan de référence PLR. Pour chaque pièce contrôlée, on définit les rotations (r_x, r_y) des plans des moindres carrées (relatifs aux plans B1 et B2) par rapport aux axes \overrightarrow{OX} et \overrightarrow{OY} .

A partir des pièces fabriquées, on réalise un ensemble d'assemblages aléatoires, puis on mesure la condition fonctionnelle illustrée par le défaut de parallélisme du plan terminal (B2) par rapport au plan de référence PLR (Fig. 6).

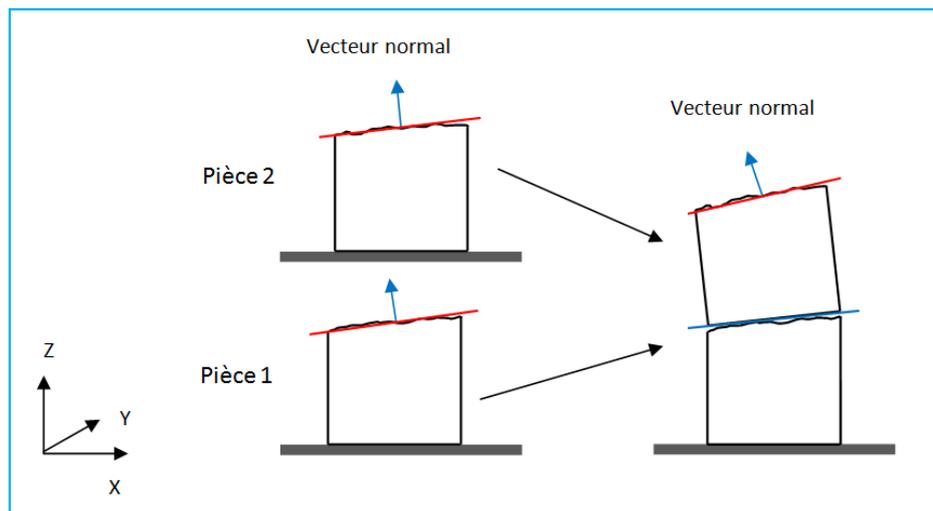


Fig. 6. *Montage de mesure des pièces et de l'assemblage*

L'objectif de cette étude est de faire une comparaison entre le défaut de parallélisme théorique calculé avec la méthode des domaines à partir des orientations $(r_{xi}, r_{yi}, r_{xj}, r_{yj})$ des deux surfaces fonctionnelles des pièces i et j constituant l'assemblage et la valeur réelle de ce défaut de parallélisme obtenue avec la machine à mesurer tridimensionnelle (valeur pratique). Cette différence illustre l'influence des défauts de forme sur l'analyse des tolérances.

Pour chaque pièce i on obtient les deux rotations r_{xi} et r_{yi} par rapport les deux axes \overrightarrow{OX} et \overrightarrow{OY} . Le tableau suivant illustre les résultats obtenus.

Tableau 1. Défauts d'orientation r_{xi} et r_{yi} des pièces mesurées

Pièce i	Rotation $r_{xi} \cdot 10^{-3}$ (en rad)	Rotation $r_{yi} \cdot 10^{-3}$ (en rad)
0	2,97	8,7
1	8,72	8,7
2	8,20	4,7
3	7,7	0,3
4	1,4	0,0
5	9,6	0,3
6	7,3	0,7
7	7,3	1,9
8	2,9	1,8
9	8,1	9,9

L'échantillon est constitué de 10 assemblages. Pour chaque assemblage nous avons mesuré le défaut de parallélisme qui correspond à la condition fonctionnelle. Le tableau suivant illustre quelques mesures effectuées. Le tableau suivant illustre quelques résultats de l'étude de cas effectuée :

Tableau 2. influence des défauts de forme sur la condition fonctionnelle

Assemblage	Défaut de parallélisme sans DF (d)	Défaut de parallélisme avec DF (df)	idf
1	0,3559	0,41	0,0541
2	0,1116	0,145	0,0334
3	0,3489	0,358	0,0091
4	0,2006	0,22	0,0194
5	0,1657	0,194	0,0283
6	0,2704	0,29	0,0196
7	0,2311	0,249	0,0179
8	0,1178	0,132	0,0143
9	0,4632	0,502	0,0389
10	0,3903	0,436	0,0457

A partir des résultats de rotations r_{xi} et r_{yi} mesurées sur les différentes pièces, nous avons calculé le défaut de parallélisme de certaines configurations possibles entre la pièce i et la pièce j de l'assemblage avec la méthode des domaines sans prise en compte le défaut de planéité en utilisant la formule suivante :

$$d = \pm \frac{a}{2} \cdot r_x \pm \frac{b}{2} \cdot r_y$$

$$idf = d - df$$

Avec :

- $r_x = r_{xi} \pm r_{xj}$ et $r_y = r_{yi} \pm r_{yj}$
- DF : défauts de forme
- r_x : Rotation par rapport à l'axe \overline{OX} de la surface supérieure de l'assemblage
- r_y : Rotation par rapport à l'axe \overline{OY} de la surface supérieure de l'assemblage
- a, b : Les dimensions de la surface contrôlée de la pièce (dans notre cas : a = b)
- idf : Valeur d'influence des défauts de forme sur le défaut de parallélisme

A partir de cet exemple, nous avons remarqué que l'influence des défauts de forme, dans certains cas, peut s'avérer très importante dans l'analyse des tolérances géométriques. Cette influence, sur la précision des tolérances fonctionnelles de l'assemblage, peut-être de l'ordre des défauts de forme des pièces constituant l'assemblage.

4 CONCLUSION

Cette méthode d'analyse des tolérances au pire de cas repose sur la méthode des domaines écart. L'étude porte sur un empilage de deux pièces prismatiques de surfaces fonctionnelles planes. Après avoir fabriqué une série de pièces de mêmes dimensions. Nous avons mesuré pour chaque pièce le défaut de planéité et le défaut de parallélisme des surfaces fonctionnelles. Puis nous avons constitué un échantillon d'assemblages aléatoires à partir des pièces fabriquées. Enfin nous avons mesuré pour chaque assemblage le défaut de parallélisme de la surface supérieure par rapport à la surface de référence, qui correspond à la condition fonctionnelle de l'assemblage.

En conclusion, les écarts engendrés par les défauts de forme ont une influence sur les résultats de l'analyse des tolérances, en particulier sur la condition fonctionnelle de l'assemblage.

REFERENCES

- [1] D. Duret, M. Giordano "Clearance Space and Deviation Space. Application to three-dimensional chain of dimensions and positions". In Eyrolles, editeur, Proceedings of 3rd CIRP Seminars on Computer Aided Tolerancing – Tolérancement Géométrique, pages 179_196, Ecole Normale Supérieure de Cachan, April 27-28, 1993.
- [2] J-P Petit "Spécification géométriques des produits: méthode d'analyse des tolérances. Application en conception assistée par ordinateur", Thèse de Doctorat de Génie Mécanique, Université de Savoie, 2004
- [3] M. Chahbouni, S. Boutahari et D. Amegouz, "Analyse des tolérances géométriques par la méthode des domaines", Revue de Mécanique Appliquée et Théorique, Vol. 2, 6, pp. 597- 604 , 2013.
- [4] M. Giordano, D. Duret "Clearance space and deviation space. Application to three dimensional chain of dimensions and position", 3rd CIRP Seminar on Computer- Aided Tolerancing, pp 179-196, 1993.
- [5] B. Kataya, "Modélisation des tolérances géométriques pour leur intégration en conception assistée par ordinateur", Thèse de Doctorat de Génie Mécanique, Université de Savoie, 2002
- [6] P. Bourdet, L. Mathieu, C. Lartigue, A. Ballu, "The concept of the small displacement taylor in metrology ", proceeding of international euro conference advanced mathematical tools in metrology, oxford 27-30 September 1995.
- [7] M. Chahbouni, S. Boutahari, D. Amegouz "Influence of form deviations on the tolerance analysis", International Journal of Engineering & Technology, 3(3), pp. 343-349, juillet 2014.
- [8] M. Chahbouni, S. Boutahari, D. Amegouz, "Statistical tolerance analysis by integrating form deviations", International Journal of Innovation and Applied Studies, Vol. 9 No. 3, pp. 1281-1290, Nov. 2014.
- [9] F. Germain, "Tolérancement statistique tridimensionnel, Intégration en CFAO", Thèse de doctorat de l'université de Savoie, 2007.