International Journal of Innovation and Applied Studies
ISSN 2028-9324 Vol. 21 No. 1 Aug. 2017, pp. 167-170

http://www.ijias.issr-journals.org/

UN PREALABLE INDISPENSABLE SUR LE CALCUL DU MULTIFLOT

Fernand MAMANYA TAPASA

Université Pédagogique Nationale, Département de Mathématique et Informatique, RD Congo

ABSTRACT: In this article, we added to the mathematical definition of multiflow problem issue suggested in the literature, the constraint of safeguarding that forms a condition to multiflow calculation in a road network.

KEYWORDS: Multiflow problem, complement, Conservation.

RÉSUMÉ: Dans cet article, nous avons ajouté à la définition mathématique du problème du multiflot proposée dans la littérature, la contrainte de la conservation qui constitue un préalable au calcul du multilot dans un réseau de transport.

MOTS-CLEFS: Problème du multiflot, Complément, Conservation.

1 INTRODUCTION

Bentz, C[3], soutient que dans la littérature, les problèmes de flot et du multiflot en mode classique ont fait l'objet d'articles, mémoires et thèses de doctorats du fait de son intérêt pratique et théorique. Ce sont des problèmes aux applications industrielles nombreuses, notamment dans la conception et l'exploitation de réseaux de télécommunication, de réseaux de transport routier,...Malgré ces nombreuses études, on n'est pas parvenu à la généralisation parfaite du problème de flot. Le principe de la conservation de multiflot ou principe de la stabilité de multflot n'est pas vérifié[6]. Il devient alors difficile sinon impossible de calculer le multiflot. La vérification de ce principe étant supposée comme préalable indispensable pour un réseau de transport pouvant faire circuler le flot ou le multiflot.

En outre, ces nombreuses applications font appels aux variables floues ou imprécises, l'application en mode flou de ce problème permet une interprétation proche de la réalité. Bozhenyk et al.[5], soutiennent que le problème de flot flou est moins étudié. $Kaur$[8], proposent un nouvel algorithme pour résoudre le problème du plus court chemin en environnement flou. C'est la méthode de comparaison des nombres flous. $Bagherian$[7], propose une approche du réseau résiduel flou pouvant supporter le flot du cout minimum. Han[9], présentent le concept de la fonction maximum d'écoulement et applique la théorie de l'incertitude au problème de flot maximal.

Au regard de ces deux approches (déterministe et flou), nous proposons redéfinir dans cet article, le problème du multiflot en mode déterministe et en mode flou pour arriver à sa parfaite généralisation.

L'objectif principal dans cet article est de prouver que le principe de la conservation s'applique bien au problème de flot et à celui du multiflot. Cette application fait du problème du multiflot une généralisation parfaite du problème de flot dans un réseau de transport.

Notre contribution dans cet article est d'avoir ajouté à la définition mathématique classique du multiflot en mode déterministe et à celle du mode flou, la contrainte supplémentaire, préalable au calcul du multiflot qui rend possible le principe de la conservation de multiflot.

La structure de cet article se présente de la manière suivante :

Section 2 : Présentation du problème de flot

Section 3 : Présentation du problème de multiflot

Section 4 : Introduction de la contrainte supplémentaire.

Une conclusion sanctionne la fin de cet article.

2 PROBLÈME DE FLOT

Considérons le réseau de transport R=(X, K, C) où X est l'ensemble des nœuds du réseau, K=XxX, le produit cartésien de X dont les éléments sont des arcs (chaines) et C l'ensemble des capacités des arcs de R.

Soit deux nœuds de R : P_1 et P_N et appelons P_1 entrée et P_N sortie de R. Soient E_i, l'ensemble de communications du réseau partant du point P_1 et E'_i, l'ensemble des communications du réseau qui finissent au point P_N. Comme tous les arcs (arêtes) sont valus positivement, R est un réseau de transport.

Le problème de flot consiste à déterminer la quantité des matières optimale circulant entre la source S_1 et le puits P_N en transitant par plusieurs points. Une fonction f = x*(k_{ij}),* définie sur l'ensemble K satisfaisant aux conditions :

$$\sum_{kij\in Ei} x(k_{ij}) - \sum_{kj\in E'i} x(k_{ji}) = 0, \forall_i \neq 1, N \quad (1)$$

$$x_1 = \sum_{kij\in E'i} x(k_{ij}) = -x_N, \ i=1 \text{ ou } i=N \quad (2)$$

$$0 \leq x(k_{ij}) \leq c(k_{ij}), \ k_{ij} \in K \quad (3)$$

s'appelle **flot** du *réseau* R (compatible avec la fonction c (k_{ij}), k_{ij} $\in$ K et dirigé de P_1 vers P_N (Karima[4], Mamanya[6]).

Nota : Si les ensembles P ou C sont flous, la fonction f = $\tilde{x}(k_{ij})$, définie sur l'ensemble $\widetilde{K}$ satisfaisant aux conditions :

$$\begin{cases} \sum_{k_{ij}\in E_i} \tilde{x}(k_{ij}) - \sum_{k_{ji}} \tilde{x}(k_{ji}) = 0, \forall\, i \neq 1 \; ou \; \neq N & (4) \\ \widetilde{x_1} = \sum_{k_{ij}\in E_i} \tilde{x}(k_{ij}) = -\widetilde{x_N} \;, i = 1 \; ou \; i = N & (5) \\ 0 \leq \tilde{x}(k_{ij}) \leq \tilde{c}(k_{ij}), k_{ij} \in \widetilde{K} & (6) \end{cases}$$

s'appelle **flot flou du** *réseau* $\tilde{R}$(compatible avec la fonction $\tilde{c}$ (k_{ij}), k_{ij} $\in \widetilde{K}$ et est dirigé de P_1 vers P_N.

Le nombre $x_1 = - x_N$ s'appelle valeur du flot x (k_{ij}), $k_{ij} \in \widetilde{K}$.

(1) et (4) indiquent que la somme de flots sortant à un nœud égale à la somme de flot entrant en ce même nœud, sauf pour les sommets entré et sortie du réseau. C'est le principe de la conservation de flot.

La relation (3) indique que la valeur du flot est toujours supérieure ou égale à 0 et ne dépasse pas la valeur de la capacité de l'arc. En cas de nombres flous triangulaires, la relation (6) est vérifiée si la valeur modale du flot flou est inférieure ou égale à la valeur modale de la capacité.

Dans la pratique, le flot peut signifier le temps, le coût, la quantité du carburant consommée entre deux arêtes en transitant sûrement sur d'autres, l'état de route,…

3 PROBLÈME DU MULTIFLOT

Le problème du multiflot est une application du problème de transport où plusieurs types de produit doivent être transportés des sources de ces produits à des destinations précises à travers un réseau, par exemple routier. Chaque route a une capacité de transport, et il y a des demandes associées à chaque paire de source-destination.

Quand il s'agit d'un seul type de produit, d'une seule source et d'une seule destination, le problème est facile à résoudre. C'est celui de flot. Mais déjà avec deux types de produits, deux sources et deux destinations, le problème devient difficile et complexe. C'est celui du multiflot qui s'énonce de la manière suivante :

Soit G = (P, K, C) un graphe orienté ou non où P est un ensemble formé par n sommets et K un ensemble formé de m arêtes (ou arcs). A chaque arête (arc) est attribué une capacité c_{ij} qui décrit la borne supérieure du flot sur cet arc ; $x_{ij} \leq C_{ij}$.

Soit L une liste des paires (sources s_i, destinations p_i) des sommets de G (avec $s_i \neq p_i$, $\forall_i$). Ces paires sont appelées des **liaisons** et les s_i et p_i sont appelés **terminaux.** Tout sommet extrémité d'une liaison est appelé **sommet terminal.** G est appelé **graphe support**.

De plus, nous considérons des flots de **k** types de produit distincts entre des pairs de nœuds origine - destination. Le flot du type de produit k sur un

arc (k_{ij})$\in$ K s'écrit par $x_{ij}^{(k)}$, k $\in$ {1,…,|K|}.

Le problème du multiflot consiste à déterminer les quantités optimales de flots de k types de produits circulant entre s_i et p_i, $s_i \neq p_i$.

On a donc :

$$(\text{Opt } Z) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{K} C_{ij} x_{ij}^{(k)} \qquad (7)$$

$$\text{s/c} \quad \begin{cases} \sum_{k=1}^{K} x_{ij}^{(k)} \leq C_{ij}, \ i = 1, \dots, n & (8) \\ \qquad\qquad j = 1,\dots, n & \\ x_{ij} \geq 0 & (9) \end{cases}$$

(*Costa*[6], *Karima*[4], *Potts*[7], *Mamanya*[5])

Si de plus, P ou C est flou, alors les relations de (7) à (9) deviennent:

$$(\text{Opt } Z)=\sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{K} \widetilde{c_{ij}}\, \tilde{x}_{ij}^{(k)} \qquad (10)$$

$$\text{Sous condition: } \begin{cases} \sum_{k=1}^{K} \tilde{x}_{ij}^{(k)}, \ i = 1, \dots, n \ et \ j = 1, \dots, n & (11) \\ \qquad \tilde{x}_{ij} \geq 0 & (12) \end{cases}$$

Dans la définition mathématique de l'un ou de l'autre mode, on ne fait pas allusion au principe de la stabilité de multiflot. Ces deux définitions sont incomplètes et méritent d'être complétées. La section suivante répond à cet objectif.

4 INTRODUCTION DE LA CONTRAINTE SUPPLÉMENTAIRE

En ajoutant à la définition mathématique du mode déterministe ou classique, la contrainte supplémentaire :

$$\sum_{k=1}^{K} x_{ij}^{(k)} - \sum_{k=1}^{K} x_{ji}^{(k)} = 0, \ \forall \ i=2,3,\dots, n-1. \qquad (12)$$

0n obtient

$$(\text{Opt } Z) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{K} C_{ij} x_{ij}^{(k)} \qquad (13)$$

Sous conditions:

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^{K} x_{ij}{}^{(k)} \leq C_{ij}\text{, i = 1, …, } n \quad \text{et j=1,…,n} & (14) \\ \sum_{k=1}^{K} x_{ij}^{(k)} - \sum_{k=1}^{K} x_{ji}^{(k)} = 0, \forall \text{ i=2,3,…, n-1.} & (15) \\ x_{ij} \geq 0 & (16) \end{cases}$$

Et, en mode flou, on obtient :

(Opt Z) $=\sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{K} \widetilde{c_{ij}}\ \widetilde{x_{ij}}^{(k)}$ (17)

sous conditions:

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^{K} \tilde{x}_{ij}^{(k)} \leq \tilde{c}_{ij}\text{, i = 1, …, } n \text{ et j = 1,…, } n & (18) \\ \sum_{k=1}^{K} \tilde{x}_{ij}^{(k)} - \sum_{k=1}^{K} \tilde{x}_{ji}^{(k)} = 0, \forall \text{ i=2,3,…, n-1.} & (19) \\ \tilde{x}_{ij} \geq 0 & (20) \end{cases}$$

(11) montre que la somme des flots entrant en un sommet égale à la somme des flots sortants en ce même sommet. Sauf pour les sommets sources et puits. Ce qui prouve la conservation du multiflot flou.

5 CONCLUSION

Cet article vient de doter le problème du multiflot d'une définition complète conduisant à la généralisation et au calcul du multiflot dans un réseau de transport. C'est par l'ajoute d'une condition supplémentaire à la définition proposée par Bentz [3], karima[4], Mamanya[5], Potts [7] que le calcul de la détermination du multiflot peut avoir un sens dans un réseau de transport. Le problème étant maintenant bien circonscrit, nous invitons les chercheurs :

- à l'appliquer dans les différents domaines de la vie où ce problème intervient,
- à redéfinir le problème de la multicoupe associé au problème du multiflot dans un réseau de transport.

REFERENCES

[1] Bagherian, M. A Fuzzy Residual Network Approach to Minimum Cost Flow problem with Fuzzy parameters, ARPN Journal of Science and Technology, Vol., No. 10, 2012.

[2] Bozhenyuk, A., Gerasimenko, E and Rozenberg, I. The Methods of Maximum Flow and Minimum Cost flow Finding n Fuzzy network, a forthcoming article, Russia.

[3] Cédric Bentz : Résolution exacte et approchée de problème de multiflot entier et de multicoupe : Algorithmes et complexité, thèse de doctorat, Ecole polytechnique fédérale de Lausanne, 2006.

[4] Karima – Marcus. Multiflots, métrique et graphes h – panfaits : Les cycles impaires dans l'optimisation combinatoire, thèse de doctorat, université Joseph – Grenoble 1, 1996.

[5] Mamanya Tapasa, F. Etude du Multiflot dans un Réseau de Transport. Cas de la ville province de Kinshasa, mémoire de DEA, Université Pédagogique Nationale, R.D.C, 2012

[6] Marie Christine Costa. Multicoupes et multiflots entiers, Lausanne 2007.

[7] Renfrey Potts, Robert: Flows in Transportation Network Academic Press, New York and London, 1972, pp24–31.