International Journal of Innovation and Applied Studies
ISSN 2028-9324 Vol. 24 No. 4 Nov. 2018, pp. 1497-1512

http://www.ijias.issr-journals.org/

ANALYSE ECOLOGIQUE ET PRAXEOLOGIOQUE DE MANUELS

Jean-Marie KAPENGA KAZADI NTUNDULA

Professeur associé, Département de Mathématique & Informatique, Université Pédagogique Nationale, RD Congo

ABSTRACT: Le présent article présente une analyse écologique et praxéologique des manuels scolaires utilisés en Première année secondaire en République Démocratique du Congo sur les équations. De deux manuels analysés, le premier, intitulé « Maîtriser les Maths 1 » (MM1) ne présente pas une organisation didactique. Le deuxième, intitulé « Mathématiques 1ère Secondaire » (M1S), organise le moment de rencontre et ressort des types de tâches. Ce dernier prévoit des techniques qui ne sont pas justifiées compte tenu du niveau élémentaire de l'institution. Les deux manuels procèdent à l'institutionnalisation directement après les activités. Ils terminent par des séries d'exercices qui constituent le moment d'évaluation.

KEYWORDS: Organisation didactique, organisation mathématique, tâche, type de tâches.

1 INTRODUCTION

Le manuel scolaire fait partie du paysage d'enseignement. Dans certains pays, il y a un seul manuel officiel avec ou non obligation d'utilisation, alors que dans d'autres, il y a plusieurs manuels qui peuvent se différencier selon les choix des auteurs. Dans le cas de notre pays, le marché est très pauvre et la culture du livre quasi absente. Les seuls manuels qui existent sont des initiatives privées et on n'est pas étonné de voir encore sur le marché un livre comme « Algèbre 2A » datant de 1968.

Cependant, dans la plupart des cas, ils sont la traduction d'une directive institutionnelle, exprimée souvent sous forme de programme, selon une interprétation des auteurs.

Ils sont donc le résultat d'une transposition didactique (Chevallard, 1985,1992) des textes des programmes. Comme Neyret (1995), nous considérons les livres scolaires comme des produits d'institutions transpositives. Celles-ci peuvent être des personnes particulières ou des groupes de personnes chargées par des autorités de rédiger le manuel ou de personnes qui s'associent sur leur propre initiative. C'est le cas des manuels « Maitriser les Maths 1 » et « Mathématique 1ère année secondaire » utilisés dans les écoles de la RDC. L'analyse des manuels constitue l'objet riche pour plusieurs thèmes d'étude, et il est important de prendre en compte le contexte institutionnel dans lequel les manuels sont produits. Ces analyses utilisent des méthodologies plus ou moins explicites et s'appuyant sur un ou plusieurs cadres théoriques.

Pour notre recherche, nous utilisons pour faire cette analyse les outils de la théorie Anthropologique du Didactique (TAD). Le point de départ de cette approche est la théorie de la transposition didactique (Chevallard, 1985) qui a été replacée par après dans la TAD (Chevallard, 1989, 1991, 1992).

2 CADRE THEORIQUE

Pour déterminer le rapport institutionnel aux objets de certaines organisations mathématiques, on peut procéder à l'analyse des programmes, des manuels et/ou à des observations dans une classe sous les contraintes relatives à son fonctionnement interne.

Dans les programmes, l'institution définit les objets à enseigner, les attentes en termes d'exigences et de recommandations, ainsi que les finalités et les enjeux d'enseignement. Mais les programmes seuls ne permettent pas de définir complètement le rapport institutionnel à un objet. Menssouri (1994) en avance deux raisons :

« *La première est que les programmes ne constituent pas un texte de savoir, mais seulement un discours sur un hypothétique texte de savoir… La deuxième raison est que, même en disposant d'un certain texte de savoir, toutes les pratiques à propos des objets de savoir figurant dans ce texte ne peuvent pas être citées* » (Menssouri, 1994, p.44)

Pour accéder à ce rapport institutionnel, l'analyse des manuels est nécessaire, et complémentaire de l'analyse des programmes. En particulier, lorsque l'accès au fonctionnement effectif dans une classe n'est pas jugée nécessaire, ou n'est pas accessible, Assude (1996) a considéré un manuel comme un texte de savoir, en supposant que : « *le texte de savoir est assez représentatif d'une* « *moyenne pondérée à plusieurs contraintes* » *du rapport institutionnel aux objets de savoir mathématiques présents dans les différents systèmes didactiques qui réalisent effectivement ce texte de savoir* » (Assude, 1994, p.50).

Dans plusieurs travaux de recherche, le recours à l'analyse des manuels est devenu une entrée incontournable pour comprendre le fonctionnement ou pour caractériser l'état du système à un instant donné. Cependant, cette analyse doit prendre en compte certains éléments du contexte institutionnel pour l'étude du rapport institutionnel.

3 METHODOLOGIE UTILISEE POUR L'ANALYSE DES MANUELS

Le recours à l'analyse des manuels reste l'entrée principale pour un questionnement écologique ou praxéologique. Bien entendu, le corpus de données peut être complété par d'autres documents comme les programmes, revues, documents pédagogiques, etc. Dans ces travaux, le chercheur procède à un choix de manuels et adopte une méthodologie d'analyse en fonctions de questions qu'il se pose. Les éléments suivants précisent les caractéristiques du manuel, le contexte de sa production et une caractérisation du rapport institutionnel.

3.1 MOMENT DE L'ÉDITION D'UN PROGRAMME

Nous considérons le système d'enseignement comme un système dynamique dont chaque programme définit un état. C'est un état de référence pour le fonctionnement du système. Au cours des dernières décennies, le système d'enseignement en RDC a connu plusieurs états. Une première analyse montre un épisode important dans ces changements de programmes : la réforme des mathématiques modernes au début des années 1970. Le système d'enseignement en RDC a connu trois ruptures. La première correspond à la réforme des mathématiques modernes des années 1970, la deuxième aux programmes de la fin de cette réforme en 1983 et la troisième en cours au début des années 2000. Ceci donne un découpage du temps pour l'analyse du système d'enseignement. Pour le choix des manuels, on peut se placer dans des moments de rupture ou de stabilité du système.

3.2 LA REPRÉSENTATIVITÉ

Dans les pays où il y a plusieurs manuels, il est important de procéder au choix d'un ou plusieurs manuels qui sont les plus utilisés par les enseignants. Nous avons répertorié 12 manuels différents utilisés par les enseignants qui ont répondu à notre questionnaire. Les plus fréquents sont les suivants :

1. Maîtriser les Maths 1 (MM1), édité aux éditions Loyola
2. Mathématiques 1ère année secondaire, édité au Centre des Recherches Pédagogiques
3. Mathématique 1ère année du Centre de Recherche en Enseignement de Mathématique (CREM)
4. Mathématique 1 de Guy Frisch
5. Savoir et savoir-faire en mathématique 1ère

3.3 LA STRUCTURE

L'étude de la structure du manuel nous renseigne sur la place accordée aux activités, la présence ou non des exercices résolus et les commentaires éventuels des auteurs. Ainsi, par exemple en France et en RDC, les manuels de la période de la réforme des mathématiques modernes, les chapitres des manuels étaient structurés en deux parties : cours puis exercices et problèmes. Après cette période, les manuels en France ont la structure suivante à quatre parties : Activités préparatoires – Cours - Travaux pratiques - Exercices. Ce changement, témoigne de l'évolution de la place accordée aux activités dans le processus d'apprentissage des mathématiques. Les exercices résolus et les commentaires des auteurs nous renseignent sur ce qu'on attend des élèves ou des enseignants lorsqu'il s'agit du livre du professeur. Mais en RDC, les manuels scolaires en vogue gardent toujours la même structure et s'adressent à la fois aux élèves et aux enseignants.

La mise en œuvre de cette approche praxéologique pour l'analyse des manuels, tels qu'ils sont structurés actuellement dans le cadre de l'approche socioconstructiviste, s'organise souvent de la façon suivante :

- Identification des types de tâches : on analyse les activités présentes dans les différentes parties du chapitre. Les exemples et les activités du cours (présentés sous forme de travaux pratiques ou des exercices résolus) permettent de repérer les types de tâche importants pour l'institution. La partie « exercices » permet de repérer l'ensemble des types de tâche. Il faut noter qu'à cette étape, le chercheur procède à des regroupements de tâches en type de tâches comme le souligne Artaud (2005) que "*la notion de type de tâches a pour principale fonction dans l'analyse de permettre le groupement de tâches jugées suffisamment proches, la taille des groupes dépendant à la fois de la réalité modélisée, de l'institution dans laquelle on se place et du travail mené* ».
- Identification des techniques : après l'identification des types de tâches, on procède à caractériser les techniques permettant de les accomplir en s'appuyant sur l'analyse des exercices résolus.
- Identification des technologies : on reconstruit les technologies qui engendrent et justifient ces techniques à partir de l'analyse des commentaires des auteurs, de la partie cours et éventuellement de l'analyse du livre du professeur.

4 Analyse Proprement Dite Des Manuels

Choix des manuels

Les programmes en vigueur depuis 2005 n'ont pas été appuyés par des manuels officiels. Les seuls qui existent sont de l'initiative privée de certains enseignants. La Direction des Programmes Scolaires et des Matériels didactiques leur a accordé un agrément qui les rend ainsi officiels. Pour la première année secondaire, deux manuels sont actuellement utilisés par les enseignants. Il s'agit de :

1. « Maîtriser les Maths 1 » (MM1), rédigé par KAYEMBE KALALA, LELE NGAKINI, MBALA MOKE et WATANGA LUKANGE, édité par les Editions Loyola en 2011, manuel passant pour la « bible » des enseignants de 1ère année;
2. « Mathématiques 1ère année secondaire. Arithmétique-Algèbre Organisation et Gestion des données Géométrie » (M1S), rédigé par Stanislas MUKOKO NZWANA et édité par le Centre des Recherches Pédagogiques, en 2009 ;

Structures des manuels

Maîtriser les Maths 1

Ce manuel s'adresse à la fois à l'élève et à l'enseignant et est rédigé sous forme d'un exposé ex-cathedra suivi d'une série d'exercices après une section ou paragraphe. Le découpage du manuel ne présente pas d'unité d'apprentissage comprenant les objectifs, les activités, le prérequis, les exercices d'évaluation. Il n'y a aucune indication ni réponse pour les exercices. Ce manuel est bien loin de l'approche socioconstructiviste prônée par le programme et n'y est donc pas conforme.

La notion d'équation est abordée dans le manuel de la page 174 à la page 186 dans un paragraphe intitulé : Equations dans Z. Ce paragraphe est le onzième du chapitre VI intitulé : Ensemble Z des entiers relatifs. Les paragraphes précédents parlent de :

1. Construction de Z
2. Valeur absolue d'un entier rationnel
3. Addition dans Z
4. Soustraction dans Z
5. Ecriture simplifiée d'une somme
6. Suppression des parenthèses
7. Multiplication dans Z
8. Quotient de deux entiers
9. Exponentiation dans Z
10. Ordre dans Z

Pour ce qui est de la notion en étude, la partie théorique que nous désignons par « cours » est organisée de la manière suivante :

VI. 11. EQUATIONS DANS Z

1. Notions
2. Définition et résolution

a) Définition

b) Résolution d'une équation

1. Principes d'équivalence
2. Définition
3. exemples
3. Equations particulières
a) Equation impossible
b) Equation indéterminée
4. Equations à coefficients fractionnaires

Exercices

VI.12. RESOLUTION DES PROBLEMES PAR LA METHODE ALGEBRIQUE (pp. 180-186)

1. Marche à suivre
2. Exercices résolus

Exercices

Le paragraphe portant sur la résolution des problèmes est présentée comme une application du paragraphe précédent relatif aux équations dans Z.

Les auteurs présentent d'abord les étapes à suivre pour résoudre un problème par la méthode algébrique. Les auteurs ne sont pas clairs sur ce qu'ils entendent par méthode algébrique. S'agit-il de celle qu'ils proposent dans leur manuel ou d'une autre ? Rien n'est moins clair. Et les équations sont présentées ici comme un moyen pour résoudre un problème.

Pour introduire la notion d'équation et tout le vocabulaire qui s'y rattache, le manuel présente deux « opérations déguisées » ou « opérations à trous » 4+…=7 et …-5=-11, dans lesquelles il remplace par la suite les … respectivement par a et par x. Cette transformation, selon les auteurs, les opérations à trous deviennent des équations.

Le manuel introduit ensuite le vocabulaire suivant :

- Equation ;
- Inconnue ou variable ;
- Racine ou solution ;
- Ensemble solution.

Au point suivant, le manuel définit et résout une équation. Dans l'exemple qu'il donne, il considère une autre variable didactique en introduisant une équation algébrique renfermant l'inconnue dans les deux membres. Et il écrit :

Exemple : $2x + 3 = 13 + x$

1er membre 2^{e} membre

La notion de membre comme celles qui ont précédé sont présentées par ostension[1].

Dans la résolution qui suit directement la définition, le manuel parle de « principes d'équivalence ». Ces algorithmes tombent abruptement.

Pour les exercices, le manuel ne présente qu'une seule méthode de résolution.

MATHÉMATIQUE 1ÈRE ANNÉE SECONDAIRE

Contrairement au premier, ce manuel est structuré de la manière suivante pour chaque paragraphe des sept chapitres qu'il compte :

« - Les objectifs, éléments primordiaux que le professeur doit élaborer et qui lui permettront d'évaluer le progrès des élèves,
- Les apprentissages, travaux individuels ou collectifs qui favorisent les recherches et débouchent à des idées nouvelles. Ces travaux placent les élèves dans des situations de découverte.

[1] « L'ostension est la donnée par l'enseignant de tous les éléments et relations constitutifs de la notion visée » (Ratsimba-Rajhon, 1977). Dans le cas où l'enseignant expose les savoirs, on parle d'ostension sans plus.

- Les « retenons », synthèse du fruit de recherche. Les résultats des découvertes sont coulés sous forme de définitions et des règles.
- Les exercices, placés à la fin de chaque paragraphe, permettront au professeur de contrôler les acquisitions et aux élèves de mesurer leur performance » (MUKOKO, 2009, p.4)

En cela, il épouse l'esprit et la lettre du programme et y est conforme. Ce livre est à la fois destiné à l'élève et au professeur.

Mais, lui aussi, ne fait aucun cas des expressions littérales qui sont un point important dans le programme. L'introduction des polynômes arithmétiques est fait de la page 31 à la page 36, mais sans aucune précaution sur l'introduction des lettres.

La première approche des équations de la forme x + a =b est faite à la page 85 à partir d'une activité et de façon abrupte aussi :

c) Equation de la forme x + a = b

Activité

Au cours d'une partie de jeu, Mputu perd 6 billes.

Il se retrouve avec 9 billes en poche à la fin de la partie. Combien de billes avait-il au début du jeu ?

Soit l'équation	x + (-6) =9
Ajoute +6, opposé de-6 aux 2 membres de l'équation	x + (-6) + 6 = 9 +6
La somme de 2 entiers opposés est nulle	X + 0 = 15
0 est l'élément neutre de l'addition dans Z	X = 15
Donne l'ensemble des solutions de l'équation	S = {15}
Vérifié en remplaçant des équations x par la valeur trouvée	15 + (-6) = 9 est égalité vraie

Réponds : Mputu avait 15 billes au début du jeu. »

Les notions d'équation et d'ensemble solution sont présentées comme des ostensifs.

On comprend le souci de l'auteur en synthétisant les propriétés de l'addition dans Z dans cette activité, mais il oublie carrément qu'il y a ici introduction d'une nouvelle notion pour les élèves. Rien n'est dit sur les techniques à utiliser pour résoudre ce type d'équations.

A la page 88, le manuel propose les exercices suivants :

1) x + 10 = -9	6) x + (-17) + 8 = -30
2) x + (-9) = 14	7) x + (-5) = (-14) + (+20)
3) (-23) + x = -5	8) (-11) +x + (+10) = -2
4) 6 + x = -20	9) 32 + (-8) = x + (-7)
5) (-15) +3 = x	10) x + (-21) + 5 =0

Sans aucune initiation, comment l'élève peut-il aborder ces exercices ?

A la page 104, le manuel présente ceci :

- Equations de la forme ax = b dans Z.

Activité

Le triple d'un nombre donne -120. Quel est ce nombre ?

Soit l'équation	3x = -120
Fais apparaître un facteur de 3 dans le 2e membre de l'équation	3x = 3. (-40)
Simplifie les 2 membres de l'équation	x = -40
Donne l'ensemble des solutions	S = {-40}
Réponds	Ce nombre est -40

(Mukoko, 2009, p.104)

L'énoncé de l'activité est ce qu'il faut pour introduire la notion, mais « l'aide » que le manuel lui apporte lui est à contre-courant de ce que recommande le programme.

Et à la page suivante, le manuel donne un exercice :

« Résoudre dans Z les équations sur la droite numérique des entiers

1) (x+6) (x-3)=0	4) x(x+7)=0
2) (x+8) (x+1)=0	5) x(x-2)=0
3) (x-5) (x-2) (x+3)=0	6) (x+1) (x+2) (x+3) (x+4)=0

C'est de la page 176 à la page 186, que l'on retrouve une étude sur les équations.

Ce paragraphe commence par les objectifs, suivants :

- Résoudre les équations du premier degré à une inconnue dans D
- Résoudre et construire des situations-problèmes utilisant une équation du 1^{er} degré à une inconnue.

Avant le « retenons » de la définition, le manuel présente deux opérations à trous et deux situations-problèmes. Si le manuel avait prévu un paragraphe sur l'initiation aux expressions littérales, ces deux dernières activités seraient un très bon tremplin pour l'initiation aux équations.

Comme dans le premier manuel, l'auteur passe directement, après la définition, aux « principes d'équivalence ». Il les énonce d'abord et puis montre comment les appliquer. Le manuel insiste sur la résolution des équations des types x+a = b et ax = b dans D, malheureusement dans les exemples, il ajoute des équations algébriques comme :

0,4x + 9= 2x -7 ; $\frac{x-2}{3} - \frac{x-3}{4} = \frac{x}{2}$; 7(x-1,3) + 20 = 7x + 9,1 ; 3(1-x) +8,5 = 6 -3x.

Il présente ensuite la résolution des problèmes conduisant à une équation du premier degré à une inconnue par deux exemples. Et une série d'exercices clôture le paragraphe.

ETUDE DES ORGANISATIONS MATHÉMATIQUES

Nous allons regarder à travers les différents types de tâches proposées dans les manuels, l'organisation mathématique qui y est rattachée, par une étude praxéologique de la partie « cours » des manuels. Comment est explicité l'objet équation dans les manuels ? Quelles sont les organisations mathématiques institutionnelles ? Voilà les questions auxquelles nous nous proposons de répondre.

Nous quantifierons ensuite les différents types de tâches repérées dans la partie « exercices » des manuels, selon le découpage obtenu par l'étude praxéologique de la partie « cours » des manuels. Cette organisation a, selon les résultats de recherches, un impact sur les pratiques des enseignants utilisateurs de manuels.

ETUDE ÉCOLOGIQUE ET PRAXÉOLOGIQUE DE LA PARTIE « COURS » DES MANUELS

Après avoir dépouillé le questionnaire soumis aux enseignants, nous avons retenu deux manuels qui sont les plus utilisés par ceux-ci. Il s'agit de :

1. Maîtriser les Maths 1 (MM1)
2. Mathématiques $1^{ère}$ secondaire (M1S)

Nous nous proposons dans ces lignes de mener une étude de ces manuels par une analyse écologique et praxéologique pour voir s'il y a un écart entre le choix des enseignants et celui des manuels. L'analyse praxéologique nous permettra particulièrement d'étudier le rapport personnel des enseignants et des élèves. Elle nous permettra aussi de faire une comparaison afin de mettre en évidence les variabilités des choix des auteurs de manuels pour introduire les équations et les niches occupées par les équations, et de bien identifier le rapport institutionnel aux équations.

Pour mener cette analyse, nous commençons d'abord par une analyse écologique des différentes parties des manuels (activités, cours, méthodes, exercices résolus, exercices, …) qui sont liées aux équations pour voir comment sont mises en place les tendances de programme de $1^{ère}$ année dans les manuels, quelles niches sont viables dans les manuels et comment elles sont mises en place dans les manuels. Ensuite, nous conduisons une analyse praxéologique.

ANALYSE ÉCOLOGIQUE DES ÉQUATIONS DANS LES MANUELS

Dans cette analyse nous identifions l'habitat et les niches occupés par les équations dans les manuels. Nous sommes plus particulièrement attaché à la vie de la niche.

Nous organisons notre étude selon le plan suivant :

- la reprise des notions d'arithmétique qui permet de mettre en exergue la continuité des connaissances acquises au primaire ;
- l'utilisation de l'initiation aux expressions littérales ;
- les notions en jeu en 1ère année.

LA REPRISE DES NOTIONS DU PRIMAIRE

Pour introduire la notion d'équation et tous les autres concepts qui s'y rattachent, le manuel MM1 présente deux opérations déguisées ou opérations à trous : 4 + … = 11 et … - 5 = 11. Il ne s'agit pas d'activités que les élèves doivent réaliser, mais d'une espèce de passerelle que les auteurs utilisent pour passer d'une « opération à trou » à une « équation ». En effet, ils font remarquer que pour chacune d'elles, un seul entier vérifie les égalités données. Ils remplacent ensuite les « … » respectivement par a et par x. Par cette substitution, les opérations à trous deviennent des équations. Les auteurs ne prévoient aucune tâche pour les élèves en ce qui concerne les connaissances acquises par les élèves au primaire.

Dans le manuel M1S, les équations font partie du chapitre 1 intitulé : les nombres entiers relatifs, et sont introduites par le biais de la propriété fondamentale de groupe, même si l'auteur ne la cite pas explicitement. Mais il utilise plus précisément la propriété de simplifiabilité d'éléments de Z pour l'addition. C'est plutôt au chapitre 4 intitulé : les fractions, que l'auteur présente une étude systématique des équations. Quatre activités sont prévues dont deux portant sur 12 opérations à trous et deux sur le calcul numérique (problèmes sur la masse et la taille).

Sur ce point, nous trouvons que les deux manuels ne mettent pas en œuvre toutes les niches relevées dans le programme de 2005, mais font plus référence à la niche calcul numérique[2].

L'UTILISATION DES ÉCRITURES LITTÉRALES

Les difficultés liées au sens de la lettre et à celui du signe d'égalité ont été relevées abondamment par plusieurs auteurs dans la littérature. Nous avons aussi relevé l'insistance du programme de 2005 sur l'initiation aux expressions littérales avant l'enseignement des équations. La maîtrise et l'utilisation des écritures littérales ou plus généralement du calcul littéral sont l'un des domaines essentiels du cours des mathématiques au secondaire général. En effet, la modélisation d'un problème en une mise en équations et sa résolution nécessitent la connaissance d'un certain nombre de règles du calcul littéral. La maîtrise des techniques algébriques relatives au calcul littéral est donc cruciale en mathématiques.

Les auteurs du manuel MM1 font allusion à l'utilisation d'une lettre comme nombre non pas comme un enseignement à dispenser, mais de manière fortuite sous forme d'une incise, une note d'information à la page 5. Ils écrivent :

« *Note*

Un nombre peut être représenté par une lettre. Exemple : J'ai a billets de banque. La lettre a peut représenter plusieurs nombres : A = 10 ; a = 30 ; a = 100 ; a = 1500. » *(Kayembe & al., 2011, p.5)*

La deuxième allusion faite aux écritures littérales intervient à la page 7 sur les opérations sur les nombres entiers naturels. Sans ménagement, ils écrivent :

« *Soustraire un nombre a d'un nombre b, c'est trouver un nombre c qui, ajouté au nombre a égale le nombre b.*

b-a = c équivaut à a + c = b

a et b sont des termes

[2] Les habitats et les niches sont indiqués dans un article précédent, intitulé « Analyse écologique de la notion d'équation dans les programmes de mathématique en première année secondaire ».

c est appelé différence. » (Ibid., p. 7)

Dans une remarque à la page 8 où ils introduisent les polynômes arithmétiques, les auteurs notent ceci :

« *Si on peut additionner (soustraire) tous les nombres abstraits, on ne peut cependant additionner (soustraire) que des nombres concrets*[3] *de même nature.*

Exemples

- *3 livres + 5 livres = 8 livres*
- *12 tables – 7 tables = 5 tables*
- *5a + 21a = 26a*
- *31b – 23b = 8b*
- *12 ananas + 7 bananes (reste comme tel)*
- *15a + 9b (reste comme tel). (Ibid., p. 8)*

En arithmétique souvent on utilise les lettres pour désigner des étiquettes (par exemple 12m peut désigner 12 motos) ou des mesures (par exemple 12 m peut désigner 12 mètres). Lors du passage en algèbre les lettres désignent des nombres (Booth, 1984 ; Kieran, 1991), et l'expression 5m peut être interprété par 5.m où m désigne un nombre. Le mélange qui est fait dans les exemples précédents et repris par les enseignants dans leurs discours entretient la confusion entre les deux acceptions de la lettre, surtout qu'ils utilisent les termes de nombres concrets. Grugeon stigmatise cette pratique dans ce sens :

« Tandis qu'en algèbre on peut aplatir les nombres sur des étiquettes (par exemple 2x + 3x = 5x on suggère de penser x comme à des pommes), mais cela ne veut pas dire que le statut d'une lettre est réductible à celui d'étiquette ou des mesures). Nous remarquons que certains professeurs utilisent la première lettre des mots pour représenter l'objet indiqué par ce mot, dans ce cas, la lettre peut devenir pour les élèves un objet. » (Grugeon, 1995 citée par El Mouhayar 2007, p. 76)

Quand les auteurs écrivent : 5a + 21a = 26a, a désigne-t-il toujours la nature d'un objet ? Et de quel objet ? Les explications données par les enseignants lors des leçons sur les équations font croire aux élèves que les lettres sont des étiquettes.

Les auteurs introduisent les polynômes arithmétiques à la page 8 et les définissent comme étant des suites d'additions et de soustractions de deux ou plusieurs termes ; ces termes étant des nombres abstraits ou concrets. C'est de cette manière que sont introduites les expressions littérales dans MM1.

Pire que le manuel MM1, le manuel M1S introduit les écritures littérales au chapitre 1 sur les nombres entiers naturels sans aucun ménagement. Il écrit :

« *Additionner deux nombres, c'est trouver le nombre qui représente les unités de ces deux nombres mis ensemble. Si a + b = c, a et b sont les termes et c est la somme. » (Mukoko, 2009, p. 20).*

Pour un élève venant du primaire, quel sens peut-il avoir d'une telle définition et particulièrement des lettres ainsi utilisées ?

L'introduction des polynômes arithmétiques est faite de la page 31 à la page 36. C'est aux pages 35 et 36 que l'auteur propose deux exercices liant les lettres aux nombres dans le sens des recommandations du programme :

« Calcule la valeur numérique du polynôme :

1) (a + b) – c – (d – e) pour a = 15 ; b = 80 ; c = 33 ; d = 42 ; e = 12 (…). » (Ibid., p.35)

LES NOTIONS MISES EN JEU EN 1ÈRE ANNÉE

Les notions que nous visons ici sont :

- La définition d'une équation ;
- Résoudre une équation ;
- Racine ou solution d'une équation ;

[3] Selon les auteurs, les nombres concrets indiquent la nature des objets considérés. Les nombres abstraits n'indiquent pas de quel objet il s'agit.

- Membre d'une équation ;
- Principes de résolution d'une équation ;
- Mise en équation d'un problème.

Le manuel MM1 introduit les ostensifs suivants : équations, inconnues, variables, racines ou solutions, ensemble solution, membre d'une équation. Il définit une équation de la manière suivante :

« Une équation est une égalité qui n'est vérifiée que pour certaines valeurs attribuées à l'inconnue (aux inconnues) qu'elle contient. » (Kayembe & al., 2011, p. 175)

Dans l'exemple qu'il donne, il considère une autre variable didactique en introduisant une équation algébrique renfermant l'inconnue dans les deux membres. Et il écrit :

« Exemple : 2x + 3 = 13 + x

1^er^ membre 2^e^ membre (Ibid., p. 175)

La technique de résolution qui suit directement la définition – et que le manuel qualifie de « principes d'équivalence » - dit ceci :

« ***Premier principe***

Lorsqu'on ajoute ou retranche un même nombre aux deux membres d'une même égalité, on obtient une nouvelle égalité équivalente à la première.

Exemples :

- *(x + 3 = 5) ↔ (x + 3 – 3 = 5 – 3) ↔ (x = 5 – 3)*
- *(2x – 5 = 7 + 3x) ↔ (2x – 5 + 5 – 3x = 7 + 3x + 5 – 3x) ↔*

(2x – 3x = 7 + 5)

Conséquence : On peut faire passer un terme d'un membre à l'autre à condition de changer son signe.

(5x + 8 = 3 – 2x) ↔ (5x + 2x = 3 – 8)

Deuxième principe

Lorsqu'on multiplie ou on divise les deux membres d'une égalité par un même nombre non nul, on obtient une égalité équivalente à la première.

Exemples :

- *(-2x = 6) ↔* $(\frac{-2x}{-2} = \frac{6}{-2})$
- *(⅓x = 4) ↔ (3.⅓x = 3.4)*

DÉFINITION

Résoudre une équation c'est trouver les racines de cette équation. Nous désignerons l'ensemble solution par S.

Exemple :

(x + 3 = 5) ↔ (x + 3 – 3 = 5 – 3)

↔ (x = 2) S = {2}.

Preuve : remplaçons x par 2 dans l'équation, on a : 2 + 3 = 5. »

(Ibid., p. 176)

Les règles de résolution que le manuel propose ne sont justifiées nulle part. Les propriétés de l'addition sont données à la page 158 à titre indicatif et non pas comme des technologies pouvant justifier les techniques ainsi énoncées. Le manuel insiste sur l'écriture de l'ensemble solution à la fin de chaque résolution. Sans doute pour mettre en évidence la niche ensembliste qui revient abondamment dans le manuel pour plusieurs autres notions et qui n'est malheureusement pas évoquée par le programme. Le manuel présente ensuite d'autres ostensifs : les équations particulières et les équations à coefficients fractionnaires, équation impossible, équation indéterminée.

Enfin, pour tous les exercices résolus le manuel n'utilise que les seules techniques évoquées plus loin, à savoir les principes d'équivalence.

Ce manuel s'attache à deux niches : la niche calcul numérique et la niche ensembliste. En effet, cela se ressent à travers l'insistance trop marquée sur les procédures de calcul de l'expression qu'est l'équation, c'est-à-dire sur des pratiques rituelles et l'écriture de la solution sous forme ensembliste. Sur dix exercices résolus, le manuel vérifie l'exactitude de la solution pour un seul. Les niches langage mathématique, raisonnement, algorithmique et culturelle sont absentes.

Pour le manuel M1S, les notions en jeu en $1^{ère}$ année sont introduites comme des ostensifs. La résolution est effectuée par la même technique que dans le premier manuel. Chaque principe d'équivalence est précédé d'une activité qui permet à l'élève de découvrir la technique utilisée pour résoudre une équation. A la fin, l'auteur énonce le principe qu'il a intitulé « simplifiabilité de l'addition dans D ». L'énoncé de deux principes d'équivalence est suivi de la résolution avec quatre exemples où chaque étape est justifiée. L'auteur change ensuite de variable didactique en considérant des équations à coefficients fractionnaires.

ANALYSE PRAXÉOLOGIQUE DES MANUELS

Les deux manuels étudiés ne reprennent pas exactement les mêmes types de tâches dans la partie cours.

Pour Maîtriser les Maths 1, on a les types de tâches suivants :

T_1 : Résoudre une équation dans Z

T_2 : Résoudre un problème par la méthode algébrique

avec les sous-tâches ci-après liées à T_1 :

$T_{1,1}$: Résoudre une équation de la forme x+a=b

Exemple : Résoudre l'équation : x+3=5

$T_{1,2}$: Résoudre une équation de la forme ax = b

Exemple : Résoudre l'équation : -2x = 6

$T_{1,3}$: Résoudre une équation de la forme ax+b = cx+d.

Exemple : Résoudre l'équation : 2x+3 = 13+x

$T_{1,4}$: Résoudre une équation à coefficients fractionnaires

Exemple : Résoudre l'équation : x-3/5 = x+3/2

$T_{1.5}$: Ecrire l'ensemble solution d'une équation.

Pour l'étude praxéologique de ce manuel, nous remarquons que l'on a une organisation ponctuelle $[T, \tau, \theta_e, \Theta]$ et une organisation ponctuelle $[T_{i,k}, \tau_{i,k}, \theta_1, \Theta]$, avec i = 1, 2 et k = 1, 2, 3, 4,5.

Dans ce manuel, on a en fait une seule technique : la méthode de résolution par équations équivalentes, qui se base sur les propriétés de l'égalité.

Le tableau suivant reprend avec un peu plus de détails les types de tâches, les sous-tâches et les techniques qui y sont rattachées.

Type de tâches T_1: Résoudre une équation dans Z		
Sous- tâches	**Techniques**	**Technologies**
$T_{1.1}$	- Ajouter ou retrancher un même nombre aux deux membres d'une égalité - On peut faire passer un terme d'un membre à l'autre à condition de changer de signe	Simplifiabilité de l'addition dans Z : $a + c = b+c \rightarrow a=b$
$T_{1.2}$	- Multiplier ou diviser les deux membres d'une égalité par un même nombre non nul	Simplifiabilité de la multiplication dans Z^*. : $a.c = b.c \rightarrow a = b$
$T_{1.3}$	- Ajouter ou retrancher un même nombre aux deux membres d'une égalité, et ensuite - Multiplier ou diviser les deux membres d'une égalité par un même nombre non nul	Simplifiabilité de l'addition dans Z et simplifiabilité de la multiplication dans Z^*
$T_{1.4}$	- Réduire les deux fractions au même dénominateur - Ajouter ou retrancher un même nombre aux deux membres d'une égalité - Multiplier ou diviser les deux membres d'une égalité par un même nombre non nul	Deux fractions ayant le même dénominateur sont égales si et seulement si leurs numérateurs sont égaux
Type de tâches : Résoudre un problème par la méthode algébrique		
Sous-tâche	**Techniques**	**Technologie**
	- Marche à suivre : - Première étape : choix de l'inconnue - Deuxième étape : Résolution de l'équation - Quatrième étape : Retour à la solution du problème	Toutes les technologies précédentes

Il faut relever le fait que ce manuel est muet pour ce qui est de la mise en équation. Cette étape constitue en fait une tâche ignorée par les auteurs dans leur livre. Le manuel n'insiste pas non plus sur la vérification des résultats trouvés.

Les techniques utilisées pour les différentes tâches sont :

Pour le type de tâches T_1 :

$\tau_{1,1}$: le premier principe :

« Lorsqu'on ajoute ou retranche un même nombre aux deux membres d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité équivalente à la première. » (Kayembe & al., 2011, p. 175)

Plus précisément, « on peut faire passer un terme d'un membre à l'autre à condition de changer son signe. » (Ibid., p. 175)

$\tau_{1,2}$: deuxième principe :

« *Lorsqu'on multiplie ou on divise les deux membres d'une égalité par un même nombre non nul, on obtient une égalité équivalente à la première.» (Ibid., p. 175)*

Pour le type de tâche T_2 :

τ_2 : marche à suivre :

- Première étape : Choix de l'inconnue (des inconnues)
- Deuxième étape : Mise en équation
- Troisième étape : Résolution de l'équation
- Quatrième étape : Retour à la solution du problème.

Pour le manuel Mathématiques 1ère année secondaire, nous avons les types de tâches suivants :

T_1 : Résoudre les équations du premier degré à une inconnue dans D.

T_2 : Résoudre des situations-problèmes utilisant une équation du premier degré à une inconnue.

T_3 : Construire des situations-problèmes utilisant une équation du premier degré à une inconnue.

T_4 : Résoudre des problèmes conduisant à une équation du premier degré à une inconnue.

Les techniques correspondant à ces tâches sont respectivement pour T_1 :

$\tau_{1,1}$: La simplifiabilité de l'addition dans D

$\tau_{1,2}$: La simplifiabilité de la multiplication dans D

$\tau_{1,3}$: L'égalité de deux fractions ayant même dénominateur.

Pour T_2 et T_4 :

τ_4 : Marche à suivre :

1° Choix de l'inconnue

2° Mise en équation

3° Résolution du problème

4° Vérification

5° Retour au problème.

Pour T_3 : Le manuel lui-même n'en fait pas cas : aucune référence théorique, aucun exemple, aucun exercice.

Nous retrouvons donc dans les deux manuels les mêmes techniques. Et pourtant, il en existe bien d'autres qui sont à la portée des élèves venant du primaire telles que :

1° La méthode par substitution qui consiste à remplacer l'inconnue par une valeur afin d'établir une égalité vraie. Cela peut se faire par reconnaissance numérique.

Par exemple, pour l'équation 3n = 18, la réponse 6 est donnée sans autre explication que 3x6 = 18.

2° La méthode par recouvrement qui est un procédé récurrent qui consiste à considérer, comme inconnue, l'expression algébrique contenant l'inconnue. Ainsi, l'équation

3.(4+x) = 18 peut être résolue de la manière suivante :

3.6 = 18 donc 4 + x = 6 donc x =2.

3° La méthode par opérations réciproques consiste à partir de l'état final à inverser les relations pour obtenir la valeur de l'inconnue. Par exemple, résoudre 2x + 7= 11 reviendra à effectuer (11-7) :2 = 2.

COMPARAISON DE BLOC TECHNOLOGICO-THÉORIQUE, *[ϑ_2, Θ]*, DE CHAQUE MANUEL

Les éléments technologiques présents dans les deux manuels sont la simplifiabilité de l'addition, la simplifiabilité de la multiplication, l'égalité de deux fractions ayant même dénominateur, qui se résument en la méthode par équations équivalentes. Ce qui change dans chacun des manuels est la manière de formuler les différentes techniques.

COMPARAISON DES TECHNIQUES, τ_I DE CHAQUE MANUEL.

Les techniques $\tau_{i,1}$, $\tau_{i,2}$, $\tau_{i,3}$, $\tau_{i,4}$ sont les mêmes dans les deux manuels.

COMPARAISON DU BLOC TECHNOLOGICO-THEORIQUE DE CHAQUE MANUEL [Θ_2, Θ]

Dans le premier manuel, aucune justification des « principes d'équivalence » n'est faite. Dans le second, la justification de chaque principe est précédée par des exemples numériques.

Dans toutes les organisations ponctuelles précédentes, la théorie n'est pas présente dans les manuels.

ETUDE QUANTITATIVE DES TYPES DE TÂCHES DANS LA PARTIE « EXERCICES » DES MANUELS

Nous présentons ci-dessous les tableaux pour chaque manuel regroupant les différents types de tâches et leurs occurrences dans les manuels.

MAÎTRISER LES MATHS

En plus des tâches du « cours », dans les exercices nous remarquons la présence d'autres telles que :

T_3 : Faire la preuve

T_4 : Dire dans chaque cas (sans résoudre) si le nombre donné est solution de l'équation donnée, y compris des équations paramétriques.

On a le tableau suivant :

Type de tâches	**T_1**	**T_2**	**T_3**	**T_4**
Nombre de tâches	36	33	25	16

Par rapport aux sous-tâches :

Sous-tâches	**$T_{1,1}$**	**$T_{1,2}$**	**$T_{1,3}$**	**$T_{1,4}$**	**$T_{1,5}$**
Nombre de sous-tâches	9	0	27	7	0

Les tableaux précédents indiquent clairement que le manuel s'imagine que les exercices sur les équations de la forme x + a= b, ax = b et ax +b = c seraient un acquis pour les élèves et il ne faut plus y insister. Ce qui est loin de la réalité.

Nous nous demandons ce que ce manuel poursuit en proposant aux élèves de 1ère secondaire des exercices comme ceux-ci

1) (5m +3) + (2m-4) = 9-(2-3m)
2) (n-3) – (n-1) = 7- (5-n) -2
3) 2(t-3) – (1-2t) = 8t -9
4) $\frac{a}{2}+\frac{a-3}{2}-\ 2+\frac{1-a}{2}=\frac{a}{5}$ - 2
5) $\frac{3x-2}{2}+\frac{2x-1}{8}=5+17x+\frac{3}{4}$ (pp.178-179)
6) Par jour de 8h, 5 hommes et 3 femmes gagnent ensemble 6960 u.m[4]. Quel est le salaire horaire de chaque personne sachant que celui d'un homme surpasse de 30 u.m. celui d'une femme,… (p.185)

Ce manuel ayant une forte autorité dans le milieu des enseignants, les enseignants sont beaucoup influencés par son contenu lors de leur transposition.

MATHÉMATIQUES 1ÈRE ANNÉE SECONDAIRE

Le tableau des types de tâches est le suivant :

Type de tâches	**T_1**	**T_2**	**T_3**
Nombre de tâches Total : 44	29	15	0

Pour les sous-tâches on a :

Sous-tâches	**$T_{1,1}$**	**$T_{1,2}$**	**$T_{1,3}$**	**$T_{1,4}$**	**$T_{1,5}$**
Nombres de sous-tâches Total : 29	5	4	16	4	0

[4] u.m. désigne unité monétaire pour les auteurs de Maîtriser les Maths 1. Ils ont adopté cette expression pour éviter les diverses fluctuations que connaît la monnaie nationale par rapport aux prix réels sur le marché.

Ce manuel présente des exercices correspondant à ce qui est prévu par les programmes dans les deux premières séries, même si quelques-uns nécessitent un dépassement de la part des élèves.

Comme le premier manuel, il propose aussi des équations à coefficients fractionnaires telles que :

$\frac{5x-1}{7} - \frac{3x-7}{5} + \frac{1}{14} = 0$

$\frac{x+1}{2} - \frac{6x+7}{5} = \frac{4-3x}{5} - \frac{1}{8}$ (p.182)

ETUDE DES ORGANISATIONS DIDACTIQUES

Dans ce paragraphe, nous examinons comment les deux manuels peuvent aider les élèves à apprendre les équations et les enseignants à préparer leurs cours. Comme au point précédent, nous commencerons par la description de l'organisation didactique, pour chaque manuel, de l'objet équation, puis de là nous ferons quelques commentaires.

MAÎTRISER LES MATHS 1

Comme nous l'avons signalé plus loin, ce manuel n'offre pas une aide à un élève qui vient du primaire où les livres utilisés partent généralement des activités pour élèves. Ce manuel ne fixe pas les objectifs à atteindre par rapport à l'enseignement/apprentissage des équations et ne présente aucune activité. Et pourtant, les auteurs de ce manuel disent ceci :

« *Les objectifs qui auraient dû être atteints en fin du primaire ne le sont pas entièrement. Ainsi, les transitions entre l'arithmétique, les notions d'ensembles, l'algèbre et la géométrie ne se ménagent pas de façon correcte ; à telle enseigne que les apprenants n'ont plus une vue cohérente des théories enseignées et se trouvent devant des ruptures qui enlèvent le goût de l'apprentissage, découragent et mènent à l'échec. La publication de ce manuel constitue un début de solution à cette grave crise »* (Kayembe et al., 2011, p. I).

Les auteurs ne croient pas si bien dire, mais eux-mêmes sont aussi à côté de la plaque, du moins en ce qui concerne les équations. Ils offrent aux élèves comme aux professeurs un assemblage de définitions et de principes de résolution en oubliant justement les transitions auxquelles il faut accorder le plus d'attention possible.

Les auteurs, pour présenter ce qu'est une équation, partent de deux opérations à trous : 4+…= 7 et …- 5 = -11 et introduisent les équations 4 + a = 7 et x -5 = -11. D'où viennent a et x ? Quelles sont leurs identités ? Quel sens faut-il leur donner ? Et lorsqu'on se réfère aux fiches de préparation des enseignants observés, nous constatons que la définition de l'équation et les principes de résolution sont enseignés pendant la même séance. Aucune indication didactique ou méthodologique n'y est donnée.

Sur le plan de l'organisation didactique (au sens de Chevallard), ce manuel propose insuffisamment un moment de rencontre avec l'objet de savoir à travers les deux opérations à trous utilisées comme motivation et non comme activités d'approche pour les élèves. L'absence d'activités de départ ne permet pas de déterminer le type de tâche à réaliser. Les auteurs présentent eux-mêmes les techniques à utiliser et ne les justifient pas par une technologie. Le moment de l'institutionnalisation n'apparaît pas, car toutes les notions relatives aux équations sont présentées dès le départ par ostension.

MATHÉMATIQUES 1ÈRE ANNÉE SECONDAIRE

Dans la section « Equations dans D », le manuel présente deux objectifs à atteindre par rapport aux équations. Ils sont clairement énoncés au début de la section :

- *« Résoudre les équations du premier degré à une inconnue dans D*
- *« Résoudre et construire des situations-problèmes utilisant une équation du 1er degré à une inconnue »* (Mukoko, 2009, p. 176).

Viennent ensuite les activités. Celles-ci sont choisies de manière à bien assurer la transition entre l'arithmétique par les élèves au primaire et l'algèbre qu'ils auront à aborder. Comme ce livre est à la fois destiné à l'enseignant, aucun conseil n'est donné à ce dernier sur des obstacles bien connus auxquels les élèves peuvent se buter. Ces activités n'utilisent que l'opération additive et non les autres. Comme nous l'avons signalé plus loin, les situations-problèmes relatives à la mise en équation sont présentées de manière brusque, l'auteur ayant ignoré les expressions littérales. Ensuite, à chaque activité présentée correspond une série d'exercices que l'enseignant peut faire faire aux élèves pour travailler la technique

Les activités 1 et 2 constituent un moment de la première rencontre avec l'objet de savoir. L'auteur aurait fait œuvre utile s'il avait exploité les mêmes activités en demandant aux élèves comment ils procèdent pour répondre aux questions posées. Il essaie de le faire dans le paragraphe relatif à la résolution, mais il est difficile de faire apparaître les techniques utilisées pour résoudre les équations proposées. L'auteur écrit ceci :

« On sait que 2,9 = 2,9.

- Ajoute 5 aux deux membres de cette égalité, tu as : 2,9 + … = 2,9 + … Ce qui donne : … = …

- Retranche 3,1 aux deux membres de cette égalité, tu as 2,9 - … = 2,9 - … Ce qui donne : … = …

Complète :

a) x + 6 = 17,2 équivaut à x + 6 – 6 = 17,2 – 6 ou x = 17,2 – 6

b) 2x – 9 = 7 équivaut à 2x – 9 + … = 7 + … ou … = … » (Mukoko, 2009, p. 177)

Les activités proposées ici ne laissent pas transpirer les techniques que l'élève doit mettre en œuvre pour résoudre les équations données. Si les techniques sont présentes, les technologies qui les justifient ne le sont pas et avec raison, car à ce niveau, on ne peut pas les évoquer. L'environnement technologico-théorique serait bien présent si à la fin l'auteur avait aidé l'élève à énoncer le premier principe d'équivalence en ressortant clairement les éléments constitutifs du principe. Compte tenu du niveau excessivement bas de la transposition didactique interne des enseignants, il n'est pas évident que ceux-ci puissent le faire. Leurs fiches de préparation le témoignent. L'institutionnalisation intervient après les activités et l'évaluation lors des exercices proposés.

5 CONCLUSION

De ces deux manuels analysés, le premier ne présente pas une organisation didactique. Le deuxième organise le moment de rencontre et ressort des types de tâches. Le manuel M1S prévoit des techniques qui ne sont pas justifiées compte tenu du niveau élémentaire de l'institution. Les deux manuels procèdent à l'institutionnalisation directement après les activités. Ils terminent par des séries d'exercices qui constituent le moment d'évaluation.

Les manuels scolaires sont considérés comme un des produits de la première étape de la transposition didactique interne (Ravel, 2003) ou comme des institutions de formation pour les enseignants (Neyret, 1995). Pour des questions de faisabilité, nous avons choisi deux manuels qui sont les plus utilisés par les enseignants.

Dans l'analyse écologique que nous avons menée, en plus de l'identification de l'habitat et des niches occupés par les équations dans ces manuels, nous nous sommes particulièrement attaché à la vie de la niche. Nous avons organisé l'étude autour des points suivants :

- la reprise des notions d'arithmétique qui permet de mettre en exergue la continuité des connaissances acquises au primaire ;
- l'utilisation de l'initiation aux expressions littérales ;
- les notions mises en jeu en Première année secondaire.

Cette analyse nous a montré qu'il existe une seule démarche dans l'introduction de la notion d'équation dans ce qui est proposé par les manuels et qu'il y a un grand écart entre les intentions du programme et sa réalisation dans les manuels les plus utilisés, et surtout dans la manuel MM1. Des cinq niches qui sont visées par le programme de 2005, la seule privilégiée est le calcul numérique. Les expressions littérales ne sont pas considérées comme des notions préparatoires aux équations. Certainement influencés par le programme de 1983, un attachement injustifié à la niche ensembliste apparait à la fin de la résolution des équations.

Plusieurs facteurs peuvent expliquer le fait que cette volonté du programme n'est pas reprise par les manuels. Premièrement, l'approche du programme est en rupture avec les pratiques et les représentations dominantes de ce qu'est l'activité mathématique dans l'institution scolaire congolaise, ceci est d'autant plus vrai pour les auteurs de deux manuels qui des enseignants et qui enseignent plus longtemps, pour lesquels le cadre numérique est dominant. Ils ont en effet du mal à intégrer d'autres approches. Deuxièmement, les auteurs des manuels n'ont peut-être pas pris conscience que la mise en œuvre de différentes niches et même l'utilisation de différents registres sont importantes pour la compréhension de la notion d'équation. Troisièmement, le manque d'information et de formation fait que ceux-ci se contentent de ce qu'ils ont à portée de main, et donc, de ce que l'on a eu en position d'élève et en position d'enseignant des premiers moments, c'est-à-dire ce qu'ils ont « tout près (ou tout prêt) » selon l'expression de Bloch (1977, p. 3).

REFERENCES

[1] Arsac, G. (1989). La transposition didactique en mathématiques, in IREM et LIRDIS de Lyon (eds). *La transposition didactique en mathématiques, physique et biologie, (pp. 3-36).* Lyon.

[2] Artaud, M. (1997). Introduction à l'approche écologique du didactique. L'écologie des organisations mathématiques et didactiques. *Actes de la IXième Ecole d'été de didactique des mathématiques,* Houlgate, pp. 101-139, IUFM de Rennes.

[3] Artaud M. (2005). La TAD comme théorie pour la formation des professeurs. *Actes du 1er Congrès International sur la Théorie Anthropologique du Didactique.* Jaen, Espagne. Chevallard, Y. (1985). Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège. Première partie. *Petit x,* n° 5, IREM de Grenoble, pp. 51-94.

[4] Assude T. (1996). De l'écologie et de l'économie d'un système didactique : une étude de cas. *Recherches de Didactique des Mathématiques, Vol. 16,* n° 1, pp. 47-72. Chevallard, Y. (1989a). Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège. Deuxième partie. *Petit x,* n° 19, IREM de Grenoble, pp. 43-75.

[5] Bloch, I. (1997). Les connaissances mathématiques de l'enseignant pour l'enseignement. *Petit x*, n° 45, IREM de Grenoble.

[6] Booth, L. (1984). Erreurs et incompréhensions en algèbre élémentaire. *Petit x*, n° 5-17.

[7] Booth, L. (1988). Children's difficulties in beginning algebra. In A. F. Coxford & A.P. Shulte (Eds). *The Ideas of Algebra, K-12. 1988 Yearbook,* Reston, VA : NTCM.

[8] Chevallard Y. (1989). Le concept de rapport au savoir. Rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel. *Séminaire de didactique des Mathématiques et de l'Informatique,* n° 108, pp. 211-236.

[9] Chevallard, Y. (1990). Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège. Troisième partie. *Petit x,* n° 30, IREM de Grenoble, pp. 5-38.

[10] Chevallard Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol. 12*, n° 1, pp. 83-121.

[11] Chevallard, Y. (1998). Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : L'approche anthropologique. *Actes de l'U.E. de la Rochelle.*

[12] Chevallard, Y. (2002a). Organiser l'étude 1. Structures et fonctions. In Dorier J.-L. & alii (eds), *Actes de la 11e école d'été de didactique des mathématiques – Corps – 21-30 Aout 2001,* (pp. 3 – 22). Grenoble : La Pensée Sauvage.

[13] Chevallard, Y. (2002b). Organiser l'étude 3. Ecologie et régulations. In Dorier J.-L. & alii (eds), *Actes de la 11e école d'été de didactique des mathématiques – Corps – 21-30 Aout 2001,* (pp. 41-56). Grenoble : La Pensée Sauvage.

[14] Chevallard, Y. (2003). Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques, in Communication aux *3èmes Journées d'études franco-québecoises* (université René Descartes Paris 5, 17-18 juin 2002), paru dans S. Maury S. & M. Caillot (éds), *Rapport au savoir et didactiques,* Editions Fabert, Paris, 2003, pp. 81-104.

[15] El Mouhayar, R. (2007). *Etude des pratiques d'enseignement des mathématiques au niveau de l'école moyenne (11 – 15 ans) dans le cas de l'algèbre en France et au Liban,* Thèse de doctorat en didactique des mathématiques, Université Lumière – Lyon et Université Libanaise.

[16] Grugeon, B. (1995). *Etude des rapports institutionnels et des rapports personnels des élèves à l'algèbre élémentaire dans la transition entre deux cycles d'enseignement : BEP et Première G.* Thèse de doctorat en didactique des mathématiques, IREM Paris VII.

[17] Kieran, C. (1992). The learning and teaching school algebra. In D. Grouws (eds). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and learning,* (pp. 390 – 419), New York : Mac Millan.

[18] Kieran, C. (1994). A functional approach to the introduction of algebra – some pros and cons. *Proceedings of PME 18*, Vol. 1, 157 – 176.

[19] Majaj, M. (2011). *L'enseignement de l'arithmétique en France au collège et à la transition collège/lycée,* Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble 1.

[20] Menssouri, D. (1994). *Essai de délimitation en termes de problématiques des effets de contrat et de transposition : le cas des relations entre droites et équations dans les classes de Seconde et de Première.* Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier – Grenoble 1.

[21] Mukoko Nzwana, S. (2009). Mathématiques 1ère année secondaire. Arithmétique – Algèbre – Organisations de données – Géométrie. Kinshasa : Ed. Centre de Recherches Pédagogiques (CRP).

[22] Neyret, R. (1993). *Contraintes et déterminations des processus de formation des enseignants : nombres décimaux, rationnels et réels dans les Instituts universitaires de Formation des Maitres,* Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier – Grenoble 1.

[23] Nguyen, A. Q. (2006). *Les apports d'une analyse didactique comparative de la résolution des équations du second degré dans l'enseignement secondaire au Viêt-Nam et en France,* Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble 1.

[24] Ravel, L. (2003). *Des programmes à la classe : étude de la transposition didactique interne – Exemple de l'arithmétique en terminale S spécialité mathématique,* Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble 1.