

Etude didactique des fragments praxéologiques de l'enseignement des problèmes iatomathématiques afférant au taux d'intérêt

WANE MUNDONI BONGUON

Chef de Travaux, Institut Supérieur d'Architecture et d'Urbanisme (I.S.A.U.), KINSHASA, RD Congo

Copyright © 2019 ISSR Journals. This is an open access article distributed under the *Creative Commons Attribution License*, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

ABSTRACT: Referring to the ecology of iatomatical problems to the rate interest in mathematical manuals of the sixth form of the primary school, we have realized a descriptive study of the praxeologies used in the most dominant manual, considering the tropical needs connected with. Above the identifications of the praxeologies of that manual, not only have we characterized and evaluated them in following the institutional reports of the national program to the knowledge in study, but also following the aids « arranged » for the pursuit of mathematical activities. The hierarchized praxeologies, traditional, incomplete, and recurrent are pointed out. They inhibit the life of proportional thinking.

KEYWORDS: Praxéologie, iatomatical problems.

RÉSUMÉ: En référence à l'écologie des problèmes iatomathématiques afférant au taux d'intérêt dans les manuels de la mathématique de la sixième année primaire, nous avons réalisé, compte tenu des besoins tropiques y rattachés, une étude descriptive des praxéologies mises en place dans le manuel le plus dominant. Au delà de l'identification des praxéologies de ce manuel, nous les avons non seulement, caractérisées et évaluées suivant les rapports institutionnels du programme national au savoir en étude, mais aussi suivant les aides « apprêtées » pour la conduite des activités mathématiques. Des praxéologies hiérarchisées, traditionnelles, incomplètes et récurrentes sont relevées. Elles inhibent la vie du raisonnement proportionnel.

MOTS-CLEFS: Praxéologie, problèmes iatomathématiques.

1 INTRODUCTION

L'étude réalisée¹ sur l'écologie des problèmes en étude dans le programme scolaire, a relevé le caractère implicite de l'objectif spécifique assigné à l'enseignement et apprentissage des problèmes sous examen. En effet, le programme scolaire le fixe dans le cadre de problèmes en étude comme suit : « *calculer l'intérêt, taux, capital, le temps* ». (Programme national 2009, p.121). Pour ce qui concerne les matières à enseigner, ce programme les circonscrit en ces termes : « *Calcul du temps exprimé en années, en mois, ou en jours (et inversement). Calcul du capital au cas où l'intérêt est donné (durée exprimée en année, en mois, en jours). Calcul du taux en jours, en mois ou en années. Calcul du taux en jours, en mois ou en années* » (Ibid. p. 121).

Au vu de l'objectif spécifique du programme national, nous voulons, dans cette recherche, analyser les praxéologies de manuel dominant « *Pratiques de Maths à l'école primaire 6* » (en sigle PRATM6) relatives à l'enseignement des problèmes sous examen. Cela en vue de qualifier, après évaluation, les organisations des textes transposés de savoir.

¹ Etude réalisée dans le cadre de notre recherche doctorale

Partant de la réflexion (Wane 2017, p.163-169) sur les intentions implicites de l'objectif spécifique du programme national relative aux interprétations de l'action « calculer », on peut se demander si le programme se limite à une simple détermination d'un nombre au moyen des calculs ou à la réflexion, au jugement et inférence. Au regard de l'intention « calculer », et de la place de ces problèmes aux niveaux primaire, secondaire et universitaire, nous nous sommes posé la question de savoir : « Quels types de praxéologies sont mis en place dans les activités mathématiques des problèmes iatromathématiques afférant au taux d'intérêt de la sixième année primaire ? ».

Nous pensons que les organisations praxéologiques mixtes de l'enseignement des problèmes sous examen bien que hiérarchisées, sont routinières, axées sur un seul genre de tâches. Elles bloquent la recherche et inhibent la vie du raisonnement proportionnel.

2 PLACE ET CHOIX DES PROBLÈMES IATROMATHÉMATIQUES AFFÉRANT AU TAUX D'INTÉRÊT DANS L'ENSEIGNEMENT DE MATHÉMATIQUE DU PRIMAIRE

Dans la vie courante, le taux représente la comparaison entre des grandeurs, et est souvent illustré comme rapport des grandeurs différentes. Ses calculs et problèmes y afférant sont fréquents dans la vie courante, et permettent de comparer certaines grandeurs qui sont couramment utilisées par beaucoup de gens. Nous illustrons l'exemple d'une relation établie entre un bénéfice et un capital : « 300 FC de bénéfice pour un capital de 1200 FC ». Son enseignement montre la contribution des notions mathématiques dans l'établissement de rapports (taux) entre des objets du domaine économique. Bien que ces notions apparaissent dès l'école primaire, elles évoluent jusqu'à l'enseignement supérieur et universitaire. Cela confirme bien leur place et leur portée pour répondre aux besoins des économistes en particulier, et de la société en général.

Au regard à ses applications tant en science que dans la vie courante, nous estimons que l'importance que requiert l'enseignement et apprentissage de la notion du « taux » n'est plus à démontrer.

La place de ces problèmes dans le programme national de mathématique et dans le manuel scolaire, justifient le choix que nous portons sur ces problèmes. En plus, ils mettent en pratique beaucoup de variables relatives aux notions de sous-branches de la mathématique. La résolution des problèmes se rapportant au taux au niveau terminal du cycle primaire, matière importante reprise au programme scolaire, est une activité indispensable qui permet à l'élève de donner un sens aux apprentissages. Elle rencontre les préoccupations de profil de sortie du cycle primaire qui veut qu'à ce niveau scolaire, l'élève soit capable de réinvestir, d'intégrer et de mobiliser l'ensemble des savoirs et savoir-faire.

3 PROBLÈMES AFFÉRANT AU TAUX EN DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES

Dans le cadre de classification des problèmes mathématiques scolaires, PRIOLET Maryvonne(2008), dans sa thèse relative à l'enseignement et apprentissage de la résolution de problèmes mathématiques, a évoqué les problèmes afférant au taux d'intérêt. Elle les considère comme des véritables *leçons pratiques* du fait qu'ils sont posés comme *problèmes simples*. Dans ce cas, ils sont proposés dans les activités mathématiques scolaires dans le but d'une initiation à la gestion des finances familiales. Les intentions visées par l'enseignement de ces problèmes montrent, à suffisance, la place de la mathématique dans les activités sociétales et scientifiques.

Par ailleurs, Hersant(2001) met en évidence le taux de l'intérêt qui compare généralement le bénéfice réalisé en une période bien définie par rapport à un capital donné. Il le qualifie du « taux familial ». Bien qu'il le qualifie du familial dans le cadre de sa recherche axé sur l'enseignement du niveau secondaire, nous pensons que Hersant aurait dû relativiser la *familiarité du taux d'intérêt*. Dans un cours dialogué en rapport avec l'approche de la Théorie des situations didactiques, Hersant(2001) évoque le même problème notamment l'exercice nommé la situation « 5% d'intérêts ». Pour les élèves, dans le cadre arithmétique (ou registre du langage naturel), 5% d'intérêts représentent le taux d'intérêt, et l'écrivent 5F pour 100 F pour signifier s'il place 100 F, il a 5F d'intérêts. Ils ont la facilité d'interpréter la signification de 5% d'intérêts en langage naturel. Par ailleurs, ils appliquent la théorie de la proportionnalité en calculant le coefficient de proportionnalité pour calculer l'intérêt correspondant aux multiples du capital donné : « pour 200 F on a 10 F, comment trouver 10 F ? On multiplie par 2 ». Il fait remarquer que les enseignants utilisent l'effet topaze pour obtenir la procédure du coefficient décimal.

4 CADRE THÉORIQUE ET MÉTHODOLOGIE

4.1 APPROCHE PRAXÉOLOGIQUE

Chevallard(1998), dans le cadre de la théorie de l'anthropologie du didactique, considère que toute activité humaine met en œuvre une organisation appelée praxéologie, ou organisation praxéologique. Il la considère comme l'un des outils permettant d'analyser une activité mathématique, et s'articule autour d'un quadruplet $[T/\tau/\theta/\theta]$ que nous qualifions de « tétrade praxéologique ». Elle est composée de différents types de tâches(ou sous-tâches) T à accomplir au moyen d'une certaine technique τ , justifiée par une technologie θ . Cette technologie permet en même temps de penser ou de la produire. Par conséquent, elle tire sa légitimité au travers d'une théorie θ . Les quatre éléments constitutifs de la « tétrade praxéologique » sont considérés comme des « ingrédients institutionnels » de la praxéologie ou fragments praxéologiques. Sa fragmentation, selon Chevallard (2017), peut s'écrire :

$$[T/\tau] + [\theta/\theta]$$

Partant de la tétrade praxéologique $[T/\tau/\theta/\theta]$, Chevallard (2002.a) met en évidence deux types de praxéologies (organisations):La praxéologie mathématique et praxéologie didactique. Elle est mathématique lorsque les types de tâches T relèvent des mathématiques, et didactique lorsque les types de tâches sont des types de tâches d'étude. Dans l'organisation didactique, Chevallard (1998) détermine six instants d'étude des types de tâches. Il les appelle *moments de l'étude* ou *moments didactiques*. Nous les considérons aussi comme des instants fragmentaires didactiques.

Par ailleurs, Chevallard (1999a p. 2) qualifie une organisation mathématique de mixte celle qui articule des objets mathématiques et des objets extramathématiques. Les problèmes en étude sont des problèmes de la vie nécessitant l'apport de deux sciences notamment la mathématique et l'économie. C'est à ce titre que nous dirons que la praxéologie y relative est dite praxéologie mathématique mixte.

4.2 PROBLÈMES IATROMATHÉMATIQUES

Le Dictionnaire français et Wikipédia qualifient d'iatromathématique, ce qui applique les mathématiques à l'explication des phénomènes de l'économie vivante. Dans l'environnement scolaire qui est nôtre, les problèmes mathématiques se rapportant au taux d'intérêt font obligatoirement appel aux notions mathématiques entre autre la multiplication, le pourcentage, le rapport, le taux et ses problèmes connexes. Et ce, non seulement pour les résoudre, mais aussi pour expliquer la production d'un intérêt à partir de l'opérateur « taux » qui agit sur un capital. Cette manière d'expliquer la production d'un intérêt calculé grâce aux outils mathématiques, et le rôle que joue la notion de taux, permet de qualifier ces problèmes d'« iatromathématiques ».

4.3 MÉTHODOLOGIE

Pour réaliser l'étude des praxéologies mises en place dans le manuel dominant, nous nous sommes appuyés sur les textes transposés de « l'apprêtage » notamment le savoir à enseigner et le savoir apprêté (Assude et Margolinas, 2005, p. 232). Au travers de leur écologie relative aux problèmes iatromathématiques afférant au taux d'intérêt, nous avons réalisé l'étude susmentionnée. Notre réflexion s'est orientée sur un certain nombre de questions axées sur les différents fragments praxéologiques et, surtout sur leur instant d'apparition et la manière de mobiliser le savoir mathématique dans l'enseignement de problèmes en étude. Finalement, elle s'est orientée sur la pertinence, la nécessité, le type d'élaboration, la satisfaction, l'intelligibilité, la disponibilité, la raison d'être, la justification des praxis et des environnements technologico-théoriques.

Pour ce faire, nous avons examiné les fragments praxéologiques (praxis et environnement technologico-théorique), d'une part, dans les activités préparatoires des manuels. D'autre part, dans les parties « cours » et « exercices ». Cela, en vue de déterminer les notions mathématiques mobilisées permettant l'exécution des différents types de tâches rattachés à la tétrade. Aussi, nous avons établi un répertoire des praxéologies et dégagé les commentaires sur les fragments praxéologiques identifiés, puis évalué des praxéologies contenues dans le manuel.

5 RÉSULTATS ET COMMENTAIRES DE LA RECHERCHE

5.1 TYPOLOGIE DES FRAGMENTS DES PRAXIS DE LA TÉTRADE PRAXÉOLOGIQUE [T/ τ/ θ/ Θ]

5.1.1 IDENTIFICATION SOMMAIRE DES TYPES DE TÂCHES

Dans le cadre de l'analyse de manuel dominant² utilisé par les enseignants enquêtés, nous nous intéressons aux types de tâches proposés dans le manuel ainsi qu'aux techniques y associées, et ce, en référence avec le programme national en cours. Ces différents types de tâches sont :

- I : Calculer l'intérêt
- C : Calculer le capital
- r : Calculer le taux
- t : Calculer le temps de placement

Du fait que chaque type de tâche est associé à une durée de placement, nous avons utilisé l'indice j pour indiquer chaque sous-type de tâche correspondant à la durée de placement.

- A cet effet, Pour j = 1, on a la durée correspondant en une année ;
- Pour j =2, on a une durée correspondant en années;
- Pour j =3, on a une durée fixée en mois;
- Pour j =4, on a une durée correspondant à un nombre de jours établi,
- Pour j =5, on a une durée complexe ou combinée.

5.1.2 DES FRAGMENTS DU BLOC PRAXIS (T/ τ)

• Fragments du bloc praxis relatifs au calcul de l'intérêt

Dans ce travail, nous noterons les différents résultats i_a de ces différents sous-types de tâches I_1, I_2, I_3, I_4 et I_5 respectivement par $i_a, i_{na}, i_m, i_{jours}$ et i_c , qui représentent respectivement l'intérêt annuel, l'intérêt associé en années, l'intérêt fixé en mois, l'intérêt associé au nombre des jours et l'intérêt associé à une durée de temps complexe ou combinée.

Nous avons identifié 3 sous-types de tâches associés au type de tâche I : I_2, I_3, I_4 . Les techniques associées au type de tâche I sont la règle de trois et la technique d'application des formules qui sont notées respectivement τ_{RIj} et τ_{FIj} . Elles sont exclusivement présentes dans les exercices résolus. τ_{RIj} est la technique fondamentale de l'exécution du type de tâche I, car elle permet de générer la technique τ_{FIj} . L'incomplétude de sous-type de tâche I caractérisée dans ce manuel par l'absence de I_1 comme intérêt fondamental, ne permet pas aux auteurs de projeter la réalisation des autres sous-types de tâches comme des intérêts multiples de I_1 .

Dans le cadre de sous-types de tâches associés à la combinaison des unités de temps de placement des capitaux, analysons l'exemple tiré à la page 128 où le temps de placement est exprimé en 2 ans 3 mois 10 jours. Dans cet exemple, les auteurs considèrent ce temps comme correspondant ; et alignent ce temps dans le type de tâche I_4 . Nous pensons que ce temps sera considéré en jours après le traitement des unités des temps combinées. Cette considération nous amène à dire que I_4 est un sous-type de tâche complexe.

Dans le passage de 1 an à un temps donné (5ans), une réduction à l'unité est présente dans le cadre du passage d'I.U.R(Intérêt unitaire de référence) au capital donné. Nous remarquons, dans le cadre du changement de temps, le passage d'un an en 5ans, l'intrusion de l'application du raisonnement proportionnel dans l'application de la technique τ_{RI2} . Par ailleurs, pour τ_{FI} , les formules présentées sont les suivantes :

$$i = \frac{C \times r \times t}{100}, \quad i = \frac{C \times r \times t}{100 \times 12} \quad \text{et} \quad i = \frac{C \times r \times t}{100 \times 360}$$

² Au travers de l'enquête réalisée auprès de 41 enseignants dans le cadre de notre recherche doctorale, il ressort que le manuel « PRATM 6 » est le plus dominant.

Elles représentent respectivement i_a , i_m et i_{jours} .

Dans ce manuel, la réalisation de ces deux techniques indiquées nécessite la mise en œuvre de deux types d'intérêts unitaires identifiés : l'intérêt unitaire de référence noté (I.U.R) et qui correspond à 100 FC pris comme capital unitaire de référence noté (C.U.R), et l'intérêt unitaire simple (I.U.S) correspondant à 1 FC pris comme capital unitaire simple (C.U.S).

• Fragments du bloc praxis relatifs au calcul du capital

Dans ce travail, nous noterons les différents résultats c_d de ces différents sous-types de tâches C_1 , C_2 , C_3 , C_4 , C_5 et C_6 respectivement par C_a , C_{na} , C_m , C_{jours} et C_c , qui représentent chacun le capital défini selon le temps défini par le sous-type de tâche.

Dans la praxis (t , τ), 2 techniques sont associées notamment la règle de trois et l'application des formules notées respectivement par $\tau_R C_j$ et $\tau_F C_j$. Les sous-types de tâches associés au type de tâche C sont au nombre de 6. Il s'agit de : C_1 , C_2 , C_3 , C_4 , C_5 et C_6 . Deux techniques y sont rattachées à savoir : la règle de trois et l'application des formules représentées respectivement par : $\tau_R C_j$ et $\tau_F C_j$. Les sous-types de tâches C_2 , C_4 et C_5 sont repérés dans les exercices non résolus. Une façon de dire que les deux techniques de résolution ne sont pas visiblement appliquées dans ces sous-types de tâches.

Dans différentes transformations de C_1 à d'autres C_j rattachés aux différents sous-types de tâches impliquant la technique τ_R , la règle de trois simple inverse intervient dans C_2 , C_3 , et C_4 . La page 131 en fait l'illustration :

« Quel capital qui, placé à 4% pendant trois mois, rapporte un intérêt de 300 FC ? ».

- Pour produire 4 FC en 12 mois, on place 100 FC
- Pour produire 1 FC en 12 mois, on place $\frac{100FC}{4}$
- Pour produire 300 FC en 12 mois, on place $\frac{100 \times 300FC}{4}$
- Pour produire 300 FC en 1 mois, on place $\frac{100 \times 300 \times 12 FC}{4}$
- Pour produire 300 FC en 3 mois, on place $\frac{100 \times 300 \times 12 FC}{4 \times 3} = 30\ 000$ FC.

Dans la solution de cet exercice, une double règle de trois est identifiée: De 4 FC à 300 FC d'une part, et de 12 mois à 3 mois d'autre part, et ce avec deux notions respectivement la règle de trois simple et la règle de trois simple inverse. Dans chaque sous-type de C résolu, les auteurs, bien qu'ils n'appliquent pas la technique τ_F , ils la font suivre d'une simple présentation des formules qui apparaissent comme une simulation.

Dans ce manuel, deux types de capitaux sont identifiés dans le type de tâche C notamment : le capital unitaire de référence noté (C.U.R.) qui correspond à 100 FC, et le capital unitaire simple (C.U.S.) qui correspond à 1FC. Toutefois dans C_6 , le manuel traite les cas où le capital est placé en une durée qui est fixée en années. Il est question ici de déterminer au préalable le capital de départ et son l'intérêt dont la somme devient le C.U.R qui sera réduit à l'unité en termes de C.U.S. Par ailleurs, pour $\tau_F C_6$ l'application des formules correspondantes sont données selon le temps de placement de la manière suivante:

$$C = \frac{(c+i)x100}{100+(rXt)}, C = \frac{(c+i)x100}{100+(\frac{rXt}{12})}, C = \frac{(c+i)x100}{100+(\frac{rXt}{360})}$$

Elles représentent respectivement C_a , C_m et C_{jours} . Nous pensons que la naturalisation de cette technique rattachée à ces formules n'est pas certaine, car leur évolution n'est pas convaincante et leur portée risque d'être insatisfaisante.

• Fragments du bloc praxis relatifs au calcul de taux d'intérêt

Les sous-types de tâche associés au type de tâche r sont r_1 et r_5 . Deux techniques sont identifiées : $\tau_{RR} j$ et $\tau_{FR} j$. Bien que les auteurs aient fixé les sous titres indiquant les sous-types de tâches r_2 , r_3 et r_4 , le contenu des exemples résolus ne relèvent pas de ces 2 différents sous-types de tâches. Le sous-titre de r_2 traite de la matière de r_1 . Pour r_3 et r_4 , il s'agit plutôt de r_5 car le temps de placement correspond à une durée complexe. Dans ce cas, l'exemple de la durée de placement de 1 an 7 mois et 29 jours est considérée par les auteurs comme temps exprimé en jours.

Cependant, dans les exercices non résolus, nous notons la présence des sous- types de tâches rattachés respectivement à r_2 , r_3 et r_4 . L'absence des exercices résolus concernant ces trois derniers sous-types de tâches laisse voir le manque de mise en œuvre de deux techniques identifiées. Le calcul du taux est obtenu par la conversion en pourcentage de l'intérêt rapporté par

le C.U.R. en 1 an. Pour y arriver, deux séries de règles de trois (la règle de trois simple et la règle de trois inverse) sont identifiées dans le passage du temps donné à la durée annuelle, et du capital donné au C.U.R.

Pour la technique τ_{r_i} , ce manuel présente les formules relatives au calcul de taux d'intérêt de la manière suivante :

$$r = \frac{iX100}{CXt} \quad r = \frac{iX100X12}{CXt} \quad \text{et} \quad r = \frac{iX100X360}{CXt}$$

• Fragments du bloc praxis relatifs au calcul de temps

Le sous-type de tâche attaché au calcul de temps est noté par t. Notons que dans ce type de tâche, seule la transformation du résultat trouvé peut indiquer le type de durée de placement. Dans ce travail, nous noterons divers résultats de ces différents sous-types de tâches t_1, t_2, t_3 respectivement par t_a, t_m et t_{jours} , qui représentent respectivement le temps de placement en année, en mois et en nombre des jours. Par ailleurs, les techniques associées à ce type de tâche sont la règle de trois et l'application de la formule notées respectivement par τ_{Rt} et τ_{ft}

En rapport avec les exercices résolus, un seul type de tâche est identifié, et qui correspond à une durée équivalente à un multiple de mois. En s'appuyant sur les formules, les auteurs présentent les formules correspondantes au temps en jours, en mois et en années. Dans les exercices non résolus, les sous-types de tâches ne sont pas identifiés, et ce compte tenu du caractère de l'énoncé. Il nous convient de ne pas caractériser les différents sous-types de tâches qui ne sont pas précis dans l'énoncé. C'est ainsi que 1 seul sous – type de tâche est identifié et simulé à « t » comme type de tâche. Deux techniques rattachées à ce type de tâche, il s'agit de τ_{Rt} et τ_{ft} . La première s'articule autour de la règle de trois simple inverse, et la deuxième se base sur l'application des formules suivantes :

$$t = \frac{iX100X360}{cXr}, \quad t = \frac{iX100X12}{cXr}, \quad t = \frac{iX100}{cXr} \quad \text{selon qu'il s'agit d'exprimer le temps en jours, mois ou années.}$$

5.1.3 DÉTERMINATION QUANTITATIVE DE TÂCHES DANS LE MANUEL

Dans ce manuel, nous avons répertorié 74 tâches associées aux différents types de tâches identifiés. Les types de tâches l, C, r et t comprennent respectivement 23, 27, 6 et 18 tâches. La fréquence de C (soit 36,4%) est supérieure aux autres fréquences de l'ensemble des tâches identifiées. Par ailleurs, le type de tâche t avec ses 6 tâches (soit 8,1%) montre combien l'organisation mathématique mixte est faible autour des types de tâche t.

Sur ces 23 tâches du type l, le sous- type de tâche l_1 a un caractère légal. Cette fréquence ne devrait pas justifier le rôle fondamental qu'il joue dans la résolution des problèmes en étude. Sa naturalisation faciliterait l'exécution des autres sous-types de tâche. Etant donné les conditions d'emploi des techniques $\tau_{fC_5}, \tau_{fC_6}, \tau_{fR}$ et τ_{fR} , le nombre des exercices proposés à leur égard, semble rendre leur portée insatisfaisante voire intelligible par l'élève. Nous pensons que ces techniques ne pourront pas évoluer de manière convenable dans l'avenir. En revanche, la technique $\tau_{f l_1}$ est facile à utiliser et suffisante. Elle a une portée satisfaisante et favorise son évolution dans l'avenir.

5.2 TYPOLOGIE DES FRAGMENTS DES BLOCS DES SAVOIRS (Θ_Y, Θ) DE LA TÉTRADE PRAXÉOLOGIQUE [$T / \tau / \theta / \Theta$]

5.2.1 DÉTERMINATION DES FRAGMENTS TECHNOLOGIQUES DES BLOCS DES SAVOIRS (Θ_Y, Θ)

Dans « PRATM6 », la technique τ_R est expliquée, et justifiée par les éléments technologiques, notés Θ_1 , couvrant les définitions du pourcentage, du taux d'intérêt et du rapport. Ils sont présents dans le manuel (respectivement dans les pages 119 -124, 126, 69) et sont formulés comme suit : pour le rapport «... $A = 10 FC, B = 40 FC$, la part de A et la part de B sont dans le rapport de 1 à 4 ; le rapport de la part de A à la part de B est la fraction $\frac{10}{40}$ ou $\frac{1}{4}$. Toutes les propriétés des fractions valent également pour les rapports ». Le taux d'intérêt (r) défini comme « l'intérêt produit par 100 FC pour une durée de placement (t).... Le taux d'intérêt est toujours exprimé en pourcentage ». Ces éléments technologiques devraient être justifiés par le discours concernant la multiplication et division des grandeurs (concrètes et abstraites), et la définition de taux. Leur absence dans ce manuel caractérise l'incomplétude du bloc de savoir.

Par ailleurs, la technique τ_f tire sa légitimité de la technique τ_R du fait qu'elle est définie comme substitution des composantes numériques de chacun des résultats des cas traités grâce à la technique τ_R par les composantes littérales correspondant aux initiales des objets extra-mathématiques en étude. Dans ce cas, τ_R reconnue comme technique, est considérée aussi comme technologie Θ_2 qui joue la fonction de production de technique de τ_f . Toutefois, les éléments technologiques de Θ_1 justifient aussi la technique τ_R .

Voyons cet exemple : « Un capital de 6800 FC a rapporté 360 FC en une année. A quel taux était-il placé ? » (PRATM6, p.138). Les auteurs, sur base de composantes de la solution ou de l'avant dernière étape de la solution trouvée par la technique τ_R où $r = \frac{360 \times 100}{6800}$, ont inféré que $r = \frac{i \times 100}{c \times t}$. Il en est de même pour les autres sous-types de tâches identifiés dans ce travail, hormis I_1 .

Au regard des éléments technologiques évoqués ci-dessus, nous mettons en évidence les 2 blocs des savoirs (θ_y, θ) notamment (θ_1, θ) , (θ_2, θ) , où $y = 1$ ou 2 .

5.3 ELABORATION DES CORRESPONDANCES ENTRE LES BLOCS DE LA TÉTRADE PRAXÉOLOGIQUE

5.3.1 COMPARAISON DES FRAGMENTS DU BLOC PRAXIS (T/ τ)

Toutes ces deux techniques rattachées aux sous types de tâches de genre de tâche « calculer ». Bien que le verbe d'action semble changer quelque fois (« *A quel taux faut-il placer..., Quel capital...*), mais sa forme sémantique s'articule toujours autour de « calculer ». Cela montre le caractère statique de ces sous types de tâches. Nous assistons à des praxéologies mixtes de type « routinier », « récurrent ». Nous souhaitons voir l'élaboration des sous-types de tâches « comparer », « établir le rapport.. », « justifier la supériorité ou l'infériorité de.. », « trouver le plus petit ou le plus grand taux ». Cela contribuerait au développement de raisonnement dans les activités mathématiques de recherche relatives aux problèmes en étude.

5.3.2 COMPARAISON DES BLOCS (θ_1, θ_2) DE CHAQUE MANUEL

Les éléments technologiques distinctement présentés dans le manuel « PRATM6 » sont les grandeurs directement proportionnelles, la définition du taux d'intérêt, le tant pour cent, le rapport. Deux discours θ_1 et θ_2 jouent deux fonctions : justifier et expliquer les deux techniques τ_p et τ_R dans l'établissement de la relation entre les grandeurs directement proportionnelles. Par ailleurs, dans les blocs (θ_1, θ) et (θ_2, θ) , la technologie du bloc du savoir (θ_2, θ) semble être éloignée du premier bloc, et évolue parallèlement au premier bloc.

5.3.3 CORRESPONDANCES ENTRE LES DEUX BLOCS PRAXÉOLOGIQUES (T, τ) ET (θ, θ): DES PRAXÉOLOGIES LOCALES ET PONCTUELLES

L'analyse de ce manuel nous a permis d'identifier 2 types de technologies associés aux blocs des savoirs (θ_y, θ) notamment θ_1 et θ_2 où $y = 1, 2$.

En établissant des correspondances entre les différents blocs technologico- théoriques et les praxis (T_i, τ_x) , nous dégagons, autour du bloc (θ_1, θ) associé aux praxis (T_i, τ_x) , la praxéologie locale $(T_i, \tau_x, \theta_1, \theta)$ où $x = R; T_i = I, C, r$ et $t; y = 1$ et 2 , ainsi que les praxéologies ponctuelles $(T_{ij}, \tau_x, \theta_1, \theta)$ où $j = 1, 2, 3, 4, 5$ et 6 .

La praxéologie locale $(I, \tau_x, \theta_1, \theta)$ et les praxéologies ponctuelles $(I_j, \tau_x, \theta_1, \theta)$ où $j = 1, 2, 3, 4$ et 5 et $X = R$; toutes associées à la praxis (I, τ_x) en sont des illustrations. Il en est de même autour des blocs (θ_2, θ) où nous avons des praxéologies ponctuelles $(T_{ij}, \tau_x, \theta_1, \theta)$ où $j = 1, 2, 3, 4, 5$. et 6 , et $(C_j, \tau_x, \theta_2, \theta)$ où $j = 1, 2, 3, 4, 5$ et 6 .

D'une manière générale, autour des blocs (θ_y, θ) associés aux praxis (T_i, τ_x) , nous avons les praxéologies locales $(T_i, \tau_x, \theta_y, \theta)$ où $y = 1$ et 2 , et les praxéologies ponctuelles $(T_{ij}, \tau_x, \theta_y, \theta)$ où $j = 1, 2, 3, 4, 5$ et $T_i = I, C, r$ et t . L'élaboration de ces différents niveaux des praxéologies nous permet de caractériser le premier niveau de spécification des types de tâches associé aux praxéologies ponctuelles spécifiant les sous-types de tâches de tâches identifiées. L'existence de ces différents niveaux praxéologiques confère à l'enseignement et apprentissage des problèmes en étude un caractère d'activité mathématique large.

5.4 ANALYSE DES ORGANISATIONS DIDACTIQUES DES MANUELS

Les manuels scolaires utilisés tant par les enseignants que les élèves sont des outils indispensables fournis par les auteurs en vue de leur permettre de remplir leurs tâches respectives. C'est ainsi que, l'étude que nous comptons faire sur les organisations didactiques des manuels porte sur le comment les manuels scolaires aident les enseignants à préparer leurs cours et les élèves à apprendre.

5.4.1 TYPOLOGIE DES INSTANTS FRAGMENTAIRES DIDACTIQUES

Les moments didactiques que nous identifions seront présentés selon leur apparition dans chaque manuel.

- Le moment de la première rencontre se réalise dans les activités préparatoires. Il apparaît dans l'exemple introductif de la rubrique « Dis ». Il comprend les définitions des concepts relatifs aux problèmes en étude.
- Moment d'institutionnalisation a lieu dans la rubrique « Retiens ». Il fixe les définitions, les remarques et formules y rattachées. Le premier aspect du moment de la construction technologico-théorique y est mêlé.
- Moment d'exploration des types de tâches et l'élaboration des techniques se laisse voir dans chaque leçon, excepté le moment de la première rencontre. Il intervient seulement après l'institutionnalisation, d'une part des définitions et remarques de la rubrique « Dis », et d'autre part de la rubrique « Retiens ». Il se réalise aussi au moment de l'évaluation.
- Moment d'évaluation se réalise dans les exercices de fin de chaque leçon.

5.4.2 COMMENTAIRES

De prime à bord, nous disons que l'étude écologique menée nous a révélé que dans le programme national, la notion de taux n'est prévue nullement dans sa forme générale. Ceci caractérise la première piste de l'enseignement des problèmes en étude. Conséquemment, cette absence peut avoir d'impact dans la compréhension de l'expression de taux d'intérêt. L'existence de plusieurs sous types de tâches peut aussi avoir de l'impact sur le temps didactique de l'enseignement des problèmes en étude.

L'incomplétude de type de tâche I caractérisée par la quasi absence de I_1 , comme outil fondamental de l'enseignement et apprentissage des problèmes en étude, pourra se constituer en une pesanteur dans l'exécution des autres types de tâches identifiés dans cette étude. Nous pensons que l'intégration des tâches d' I_1 serait d'un apport considérable dans la praxéologie mixte des autres types de tâches des problèmes sous examen.

Dans ces problèmes, les unités de mesure de temps occupent une place indispensable. Mais leur position en aval de ces problèmes ne faciliterait pas l'élève à sa mise en application. Notre souhait est que le point relatif aux unités de temps soit traité en amont des problèmes sous examen pour une intégration optimale dans l'enseignement et apprentissage de ces problèmes.

Concernant le temps de placement, les auteurs font remarquer : « la durée de placement est de 360 jours, 52 semaines ou 12 mois pour une année et de 360 jours pour un mois » (PRATM6, p. 126). Ils auraient dû le faire aussi pour la combinaison des unités de temps telle que 4 ans 3mois 17 jours.

En rapport avec la fonction de production des techniques, la stratégie adoptée par les auteurs tient bon dans la production de différents types de tâches excepté dans les sous- types de tâches r_2 , r_3 et r_4 . Ils substituent les composantes numériques de chacun des résultats par des composantes littérales correspondant aux initiales des objets extra-mathématiques en étude. Cette transposition est faite sous la forme de passage en force sans fondement ni cohérence. L'exemple que nous donnons illustre bien cette forme de transposition : « A quel taux a-t-on placé un capital de 7200 FC qui a rapporté 900 FC d'intérêts en 2ans et 8 mois ? » (Ibid. p.138-139). L'avant dernière étape de la solution trouvée par la technique τ_R donne $[r = \frac{360 \times 100}{7200}]$, et conduit les auteurs à conclure que $[r = \frac{i \times 100 \times 12}{c \times t}]$.

Pendant l'institutionnalisation, les auteurs notent que le taux d'intérêt est toujours exprimé en %. Il est l'intérêt produit par 100 FC pour une durée de placement. Qu'en est-il de l'intérêt de 200 FC, de 9000 FC ... Ils auraient dû faciliter la compréhension de la relation existant entre un taux exprimé en pourcentage et celui défini en langage naturel, et ce, de la manière suivante : 30 FC d'intérêt produit par 100 FC en un an peut être noté par le rapport $\frac{30}{100}$ en un an et l'exprimé autrement comme suit : 30% en un an ou 30% l'an.

L'absence des éléments technologiques correspondant au discours θ_{GP} devrait pleinement jouer dans ce manuel « PRATM6 » la fonction relative à l'établissement de la relation concernant le passage d'une grandeur donnée à une autre demandée via la réduction à l'unité. Une difficulté inhérente se trouve dans le cas de sous-type de tâche C_6 qui nécessite une bonne maîtrise des propriétés et des opérations des fractions pour calculer :

$$\left[C_m = \frac{(c+i)x100}{100+(\frac{rx}{12})} \right] \text{ et } \left[C_j = \frac{(c+i)x100}{100+(\frac{rx}{360})} \right]$$

Au regard de l'hypothèse relative à la difficulté de rétention des formules (Wane, 2015), nous pensons que la rétention et la reproduction formelle des formules du « Je retiens », peut constituer une difficulté d'apprentissage.

6 CONCLUSION

L'étude praxéologique que nous venons de réaliser dans le manuel le plus dominant, nous a permis d'identifier sur les 17 sous types de 4 types de tâches identifiés, deux techniques permettent de les réaliser. Deux catégories de technologies issues d'un même discours théorique sont dégagées. Elles permettent de justifier ou d'expliquer les techniques identifiées caractérisant deux blocs technologico- théoriques : (θ_1, θ) et (θ_2, θ) . Cependant, les définitions données pour le taux d'intérêt sont sujettes à plusieurs interprétations. De ces deux blocs des savoirs, nous avons dégagé des praxéologies ponctuelles $(T_{ij}, \tau_x, \theta_y, \theta)$ où $j = 1, 2, 3, 4, 5$ et $T_i = l, C, r$ et t dans les praxéologies locales $(T_i, \tau_x, \theta_y, \theta)$ où $y = 1$ et 2 , associés aux praxis (T_i, τ_x) . Cela favorise des activités mathématiques y relatives larges avec un repliement temporel.

Aussi, il ressort de cette étude que les praxéologies étudiées, bien que hiérarchisées, elles sont routinières, récurrentes et traditionnelles. Elles sont axées sur un seul type de genre de tâches. Elles inhibent la vie du raisonnement proportionnel et de la recherche. Son incomplétude dénote d'une organisation mathématique mixte moyenne autour de ces 3 premiers sous-types de tâches. Etant donné les conditions d'emploi des techniques τ_{FC5} , τ_{FC6} , τ_{FR} et τ_{FR} , le nombre des exercices proposés à leur égard semble rendre leur portée insatisfaisante voire intelligible par l'élève. Nous pensons que ces techniques ne pourront pas évoluer de manière convenable dans l'avenir. Nous espérons que les auteurs des manuels scolaires et les formateurs des enseignants tiendront compte des remarques faites dans cette recherche.

REFERENCES

- [1] ARTAUD, M.(1997) *L'écologie des organisations mathématiques et didactiques* », In Bailleul et al. (eds.), Actes de la IXème Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques, Houlgate, pp. 101- 139.
- [2] ASSUDE T.et MARGOLINAS C,(2005)Aperçu sur les rôles des manuels dans la recherche en didactique des mathématiques ; In BRUILLARDE.(dir.),Manuels scolaires, regards croisés, pp. 231-240, CRDP Basse Normandie.
- [3] BWEYASA MAYENDE et al, (2004) *Pratiques de Mathématiques à l'école primaire 6*, Manuel agréé sous le n° DEPS/PMO/SG/80/131/88, New SCOLOT édition.
- [4] Chevallard, Y. (1989) Le concept de rapport au savoir, rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel. Séminaire de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique, IMAG, p. 211-235. Institut Fourier. Grenoble.
- [5] Chevallard, Y. (1991) La transposition didactique, Du savoir savant au savoir enseigné », Grenoble : La pensée Sauvage éd. 2nde édition.
- [6] Chevallard, Y.(1999) La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique ». Recherches en didactiques des mathématiques, Vol. 19-1, p. 77-124. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- [7] Chevallard, Y.(2003) Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des Mathématiques, In S. Maury & M. Caillot (sous la direction de), Rapport au savoir et didactiques, Education et sciences. Paris : Fabert, pp 81-104.
- [8] Chevallard, Y.(2017) *La TAD et son devenir : rappels, reprises, avancées*, In G. Cirade et al. (Éds), Évolutions contemporaines du rapport aux mathématiques et aux autres savoirs à l'école et dans la société (pp. 27-65).
- [9] Hersant, M (2001) Interactions didactiques et pratiques d'enseignement, le cas de la proportionnalité au collège, Thèse de doctorat en didactique des mathématiques, Université Paris 7- Denis Diderot.
- [10] MINEPSP (2009) Programme National des Mathématiques, Enseignement Primaire. Kinshasa, Direction de programme et matériels didactiques, Edition électronique.
- [11] Wane Mundoni (2016) Résolution de problèmes relatifs à l'achat et vente : Analyse des Pratiques enseignantes dans les classes de Sixième année primaire », in Presses de l'Université Pédagogique Nationale (PUPN)-CRIDUPN N° 067a, pages 141-153, Kinshasa, R.D. Congo.
- [12] Wane Mundoni et Engombe Wedi Shamba (2017) *Ecologie des problèmes mathématiques afférant au taux d'intérêt dans le programme national et manuel de mathématique de la sixième année primaire* », In Presses de l'Université Pédagogique Nationale (PUPN)-CRIDUPN N° 073d, pages 163-173, Kinshasa, R.D. Congo.