

CALIBRAGE D'UN SYSTÈME BONUS-MALUS ALGÉRIEN POUR L'ASSURANCE AUTOMOBILE : UNE APPROCHE AVEC CHAINES DE MARKOV

[FITTING THE ALGERIAN BONUS-MALUS SYSTEM FOR AUTOMOBILE INSURANCE : AN APPROACH WITH MARKOV CHAINS]

Riadh RIMI¹⁻², Mohammed TOUITOU³, and Zakaria DEMDOUM¹

¹Département des sciences économiques, Faculté des sciences économiques, commerciales et sciences de gestion,
Université Echahid Hamma Lakhder, El oued, Algeria

²Membre du laboratoire (LAMOPS), Ecole Nationale Supérieure de Statistique et d'Economie Appliquée (ENSSEA), Pôle
universitaire de Koléa, Tipaza, Algeria

³Département des sciences économiques, Faculté des sciences économiques, sciences commerciales et sciences de gestion,
Université Alger 3, Alger, Algeria

Copyright © 2019 ISSR Journals. This is an open access article distributed under the **Creative Commons Attribution License**, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

ABSTRACT: The automobile insurance is an important branch of non-life insurance in many countries. In some of them, coming first in the composition of the total income of the insurance branch (in Algeria for example). The implementation of the Bonus-Malus system is one of the solutions chosen by insurance companies to increase efficiency in the field of automobile insurance. The main purpose of this study is to use the Markov chain theories to calculate the relative premiums associated with each level of the Algerian Bonus-Malus system. These premiums will generally depend on the priori ratemaking. The first result of this research is that, the system of automobile a priori ratemaking used in Algeria is not optimal because of the difference found between the tariff variables used by the insurance companions (gender, use and power vehicle tax) and the tariff variables generated by applying the Poisson model using the GEE technique. In addition, in our work, two Bonus-Malus systems with 9 classes based on the Markov Chain theory have been calibrated, where only the penalty changes according to the type of Bonus-Malus system, and we concluded that the priori ratemaking influenced the scale obtained.

KEYWORDS: The automobile insurance, Algerian Bonus-Malus System, Markov Chains, a priori ratemaking, a posteriori ratemaking.

RESUME: L'assurance automobile est une branche importante de l'assurance non-vie dans de nombreux pays. Dans certains d'entre eux, venant en première dans la composition du revenu total de la branche assurance (en Algérie par exemple). La mise en place du système Bonus-Malus est l'une des solutions choisies par les compagnies d'assurance pour augmenter l'efficacité dans le domaine de l'assurance automobile. Le but principal de cette étude est d'utiliser les théories des chaînes de Markov pour calculer les primes relatives associées à chaque niveau du système Bonus-Malus algérien. Ces primes dépendront généralement de la tarification a priori réalisée préalablement. Le premier résultat de cette recherche est que, le système de tarification automobile a priori utilisé en Algérie n'est pas optimal du fait de différence constaté entre les variables tarifaires utilisées par les compagnes d'assurance (le genre, l'usage et la puissance fiscale du véhicule) et les variables tarifaires dégagées par l'application de modèle Poisson à l'aide de la technique GEE. En plus, dans notre travail, deux systèmes Bonus-Malus ayant 9 classes basé sur la théorie de la chaîne de Markov ont été calibré, où seule la pénalité change en fonction du type du système Bonus-Malus. Et nous avons conclu que la tarification a priori influençait l'échelle obtenue.

MOTS-CLEFS : L'assurance automobile, système Bonus-Malus algérien, chaînes de Markov, tarification à priori, tarification à posteriori.

1 INTRODUCTION

En Algérie, où seule l'assurance de responsabilité civile est obligatoire, l'assurance automobile est le produit phare de l'assurance algérienne. Selon [1], En 2017, l'assurance automobile obligatoire représente près de 53% du marché assurance dommage. Le système de tarification automobile utilisé en Algérie, instauré en 1974, se base essentiellement sur le genre, l'usage du véhicule et la puissance fiscale ([2], [3], [4] et [5]), et d'un système Bonus-Malus pour la responsabilité civile, appliqué selon la même règle à tous les assurés par toutes les compagnies d'assurances [6].

Selon [4] et [5], le principal problème de l'assurance automobile en Algérie est le faible niveau des primes, déterminées par le ministère des Finances, pour les différentes catégories de véhicules en fonction de la hausse croissante des coûts. En règle générale, ce secteur connaît de longs délais dans les règlements des sinistres et est affecté par des problèmes de manque de clarté et de différends (les délais de dédommagement sont très longs) entre assureurs et assurés.

On se basant sur l'hypothèse de la non optimalité de système de tarification automobile utilisé en Algérie, Nous nous proposons, dans cette étude, de formaliser un modèle de tarification optimal basé sur les caractéristiques des assurés (tarification a priori) et sur le nombre d'accidents passés des individus (tarification a posteriori), afin d'ajuster les primes individuelles selon le degré de risque intrinsèque à travers le temps, de sorte que chaque assuré paye une prime proportionnelle à sa fréquence d'accident et que l'assureur soit financièrement équilibré. Le modèle utilisé s'inspire de plusieurs recherches à ce sujet ([7], [8], [9] et [10]). Les données sur lesquelles nous allons nous baser pour constituer notre modèle sont celles d'une compagnie d'assurance publique (la société nationale d'assurance : SAA) qui détenait une part importante du marché d'assurance automobile en Algérie et dont la clientèle était distribuée dans toutes les régions du pays. Cette étude est la première et la seule, à notre connaissance, où on a utilisé un échantillon représentatif (suffisamment grand) de contrat d'assurances en Algérie, d'une part. Et d'autre part, on a utilisé les théories des chaînes de Markov pour calibrer un système Bonus-Malus optimal.

Le reste de ce travail est organisé comme suit : Dans la deuxième section, on décrit le système Bonus-Malus Algérien. L'objectif de la troisième section est de présenter, les modèles économétriques utilisés dans la tarification a priori. Ainsi, de montrer comment calibrer un système Bonus-Malus à classes (markovien). La quatrième section est une application des modèles de troisième section. La conclusion résume les résultats obtenus.

2 SYSTEME BONUS-MALUS MULTIPLICATIFS ALGERIEN

Dans les systèmes Bonus-Malus multiplicatifs, la prime payée par l'assuré est réduite en cas d'absence de sinistre (d'un pourcentage fixé) et une pénalité multiplicative est appliquée par sinistre déclaré.

Prenons ici le cas du système Bonus-Malus appliqué en Algérie, instauré en 1993. Il consiste à :

- Accorder des réductions sur la prime de responsabilité civile pour les assurés n'ayant pas fait l'objet d'accident au cours de la période d'observation.
- Majorer la prime de responsabilité civile est engagée, totalement ou partiellement dans la survenance d'un sinistre, au cours de la période d'observation.

La période d'observation correspond à deux années précédant la date du renouvellement du contrat. Et la prime retenue pour l'application du Bonus-Malus est la prime fixée au tarif de référence et afférente à la garantie responsabilité civile en matière d'assurance automobile.

Le Bonus-Malus est désigné en Algérie par le terme de coefficient de réduction-majoration. Un Bonus de 25% correspond à un coefficient de 0,75. Un Bonus de 0% correspond à un coefficient de 1. Inversement un coefficient de 1,25 désigne un Malus de 25%. Le coefficient est arrondi par défaut deux chiffres après la virgule et évolue suivant les sinistres déclarés.

Selon [6], Les coefficients de réduction du système Bonus-Malus algérien sont présentés dans le tableau (1) et (2):

Tableau 1. Les coefficients de réduction du système Bonus-Malus algérien

Durée cumulée d'assurance durant la période d'observation	Coefficient de réduction
Durée inférieure à 12 mois	1,00
Durée égale ou supérieure à 12 mois et inférieure à 24 mois	0,75
Durée égale ou supérieure à 24 mois	0,65

Les coefficients de majoration du système Bonus-Malus algérien sont déterminés en fonction de deux situations :

Tableau 2. Les coefficients de majoration du système Bonus-Malus algérien

Nombre de sinistres survenus	Coefficient de majoration
Assuré n'ayant pas de bonus au titre du contrat précédent	
01 sinistre	1,25
02 sinistres	2,00
03 sinistres	3,00
Assuré ayant un bonus au titre du contrat précédent	
01 sinistre	1,00
02 sinistres	1,25
03 sinistres	2,00
04 sinistres	3,00

3 MODELISATION DE LA FREQUENCE DE SINISTRES EN ASSURANCE AUTOMOBILE

En théorie du risque, il existe deux principaux modèles pour représenter le montant total des sinistres d'un portefeuille, soient les modèles individuel et collectif. Selon [11], le modèle collectif est le modèle de base de l'assurance non-vie. Dans ce secteur, la branche responsabilité civile automobile est de loin la plus importante. Un modèle de sinistralité d'un portefeuille en assurance non-vie doit permettre de simuler à la fois la fréquence de sinistres sur le portefeuille, et aussi le coût de ceux-ci. De ce modèle, on peut conclure alors : « prime pure égale fréquence moyenne par coût moyenne ». Dans notre travail, l'attention se porte sur la fréquence de sinistres. C'est-à-dire la première composante de la charge sinistre du modèle collectif.

Selon ([7], [8] et [12]), l'hétérogénéité au sein d'un portefeuille pose un grand nombre de problèmes, en particulier d'anti-sélection: si la même prime est appliquée à l'ensemble du portefeuille, les mauvais risques s'assuront (à un prix d'ailleurs moins élevé que celui qui devrait leur être réclamé), mais les bons pourraient être découragés par le tarif trop élevé, ce qui aura tendance à dégrader le résultat financière de l'assureur.

L'idée naturelle qui est développée dans ce travail est de partitionner le portefeuille afin de constituer des sous-portefeuilles sur lesquelles les risques peuvent être considérés comme indépendants et de même loi. On parle alors de classes de risques. Les classes sont dites a priori lorsqu'il s'agit de classer le risque a partir d'information disponible a priori (sur l'assuré, le bien assuré,...) et a posteriori si l'information sur l'historique des sinistres de l'assuré est prise en considération

3.1 LA TARIFICATION A PRIORI : MODELES DE REGRESSION EN TARIFICATION

De nombreuses techniques statistiques ont été utilisées pour répartir les assurés en classes aussi homogènes que possible. Au cours de la dernière décennie, de nombreux actuaires ont fait usage de modèles de régression pour des données non-normales. Parmi ceux-ci, on notera les modèles de données de comptage (les modèles Poisson-Mélange), permettant de modéliser des situations bien spécifique que ne le permet le modèle linéaires classique [10].

Souvent, les actuaires utilisent plusieurs années d'observation afin de construire leur tarif [12] (dans le but d'augmenter la taille de la base des données, mais aussi pour éviter d'accorder trop d'importance à des événements relatif à une année particulière). Nous sommes donc en présence de données de panel.

3.1.1 L'OUTIL DE BASE EN RESPONSABILITE CIVILE AUTOMOBILE : LE MODELE DE POISSON

La régression de Poisson se place dans le contexte des modèles de comptage. Dorénavant, N_{it} représente le nombre de sinistres déclarés par l'assuré i durant la période t , $i = 1, 2, \dots, n$, $t = 1, 2, \dots, T_i$, où T_i désigne le nombre de périodes d'observation pour l'assuré i . Nous supposons que nous disposons par ailleurs d'autres variables x_{it} , connues au début de la période t , et pouvant servir de facteurs explicatifs. Ces variables peuvent comporter des facteurs purement individuels indépendants du temps, des facteurs purement temporels, des facteurs dépendant des deux indices voire même des valeurs passées $N_{i,t-j}, j = 1, 2, \dots$, de la variable d'intérêt

Le modèle de Poisson suppose que la loi conditionnelle de N_{it} sachant x_{it} est de Poisson telle que :

$$P(N_{it}|x_{it}) = e^{-\lambda_{it}} \frac{\lambda_{it}^{N_{it}}}{\Gamma(N_{it} + 1)} \tag{1}$$

Où Γ est la fonction Gamma.

Il suffit dès lors de spécifier sa moyenne. Comme cette dernière est strictement positive et que le lien canonique associé à la loi de Poisson est de type exponentiel, on retient généralement une moyenne de forme exponentielle linéaire :

$$\lambda_{it} = \exp(x_{it}^t \beta) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad t = 1, 2, \dots, T_i \tag{2}$$

Où β est un vecteur (de dimension appropriée) de paramètres à estimer.

Alors par définition de la loi de Poisson, $E(N_{it}) = V(N_{it}) = \lambda_{it}$, si N_{it} est indépendant de $N_{it'}$ ($t \neq t'$) on peut estimer la valeur du paramètre β par la méthode de maximum de vraisemblance. La log-vraisemblance associée à ces observations vaut alors :

$$L(\beta) = \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^{T_i} \{N_{it}(x_{it}^t \beta) - \exp(x_{it}^t \beta) - \ln \Gamma(N_{it} + 1)\} \tag{3}$$

Cette log-vraisemblance est une fonction concave en β , et l'estimation des paramètres qui la maximise est directe. Cette concavité rend également plus facile l'application des procédures numériques d'optimisation de la log-vraisemblance. Les conditions au premier ordre sont :

$$\frac{\partial L(\beta)}{\partial \beta_0} = 0 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^{T_i} N_{it} = \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^{T_i} \lambda_{it} \tag{4}$$

Et pour $j = 1, 2, 3, \dots, p$. p étant le nombre de variables explicatives dans le modèle :

$$\frac{\partial L(\beta)}{\partial \beta_j} = 0 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^{T_i} x_{itj} \{N_{it} - \lambda_{it}\} = 0 \tag{5}$$

Réécrivons le système (4) – (5) sous forme matricielle :

$$\sum_{i=1}^n X_i^t (N_i - E[N_i]) = 0 \quad \text{où} \quad X_i = \begin{pmatrix} x_{i1} \\ \vdots \\ x_{iT} \end{pmatrix} \tag{6}$$

La matrice de covariance de N_{it} dans le modèle de Poisson est donnée par :

$$A_i = \begin{pmatrix} \lambda_{i1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_{i2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_{iT} \end{pmatrix} \tag{7}$$

Cette matrice ne rend donc compte ni de la surdispersion, ni de la dépendance sérielle présente dans les données. Si on fait apparaître explicitement la matrice A_i dans l'équation (6), on obtient :

$$\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial E(N_i)}{\partial \beta} \right)^t A_i^{-1} (N_i - E[N_i]) = 0 \tag{8}$$

Puisque :

$$\frac{\partial E(N_i)}{\partial \beta} = A_i X_i$$

3.1.2 ESTIMATION DES PARAMETRES A L'AIDE DE LA TECHNIQUE GEE

Les références [10], [4] et [5] ont utilisés pour modéliser le nombre d'accidents, le modèle des équations d'estimations généralisées ou modèle GEE (generalized estimating equations) proposée par [13] ainsi que par [14]. Ce modèle permet d'estimer les effets selon un modèle moyen de la population (population average).

Le principe de la technique GEE consiste à substituer \mathbf{A}_i dans l'équation (8) par un candidat plus raisonnable pour la matrice variance-covariance de \mathbf{N}_i . Plus raisonnable signifiant ici rendant compte de la surdispersion et de la corrélation temporelle [15]. Spécifions maintenant une forme plus générale pour la matrice de variance-covariance de \mathbf{N}_i :

$$V(N_i) = V_i = \phi A_i^{\frac{1}{2}} R_i(\alpha) A_i^{\frac{1}{2}} \tag{9}$$

Où la matrice de corrélation $\mathbf{R}_i(\alpha)$ rend compte de la dépendance sérielle existant entre les composantes de \mathbf{N}_{it} . Ici on suppose que cette matrice contient certains paramètres inconnus que l'on représente par le vecteur α . La matrice \mathbf{R}_i est une sous-matrice carrée de dimension $T_i \times T_i$. La surdispersion est quand à elle prise en compte puisque [10]:

$$V(N_i) = \phi \lambda_{it} \tag{10}$$

L'idée consiste alors à substituer la matrice \mathbf{V}_i à \mathbf{A}_i dans l'équation (8), et de retenir comme estimateur de β la solution de:

$$\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial E(N_i)}{\partial \beta} \right)^t V_i^{-1} (N_i - E[N_i]) = 0 \tag{11}$$

L'idée est d'essayer de "deviner" la vraie structure de corrélation de \mathbf{N}_i . Selon [16], si on spécifie une mauvaise structure, les inférences sur β seront quand même valides, mais si on spécifie la structure correctement, on aura des inférences plus efficaces (variance des estimateurs plus faible).

3.1.3 SPECIFICATION DE LA STRUCTURE DE CORRELATION

Il y'a plusieurs manières dont nous pouvons spécifier la structure de corrélation de \mathbf{N}_i . Avec le logiciel Stata¹, nous disposons des options qui supposent l'équicorrelation (exchangeable), l'absence d'autocorrélation (independent), l'option qui ne fait aucune restriction sur les coefficients d'autocorrélation (unstructured), ainsi que les options stationary (corrélation constante), nonstationary et autoregressive. S'il y a peu d'observations par individu et plusieurs individus et pour le panel cylindré et complet, ([13], [17] et [16]) suggèrent une structure de corrélation de type unstructured, c'est-à-dire, l'option qui ne fait aucune restriction sur les coefficients d'autocorrélation. Ce type de structure suppose que la corrélation entre \mathbf{N}_{ij} et $\mathbf{N}_{ij'}$ est $\alpha_{ij'}$ pour $j \neq j'$. Donc $\mathbf{R}_i(\alpha)$ a la structure suivante :

$$R_i(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1T_i} \\ \alpha_{21} & 1 & \dots & \alpha_{2T_i} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{T_i1} & \alpha_{T_i2} & \dots & 1 \end{pmatrix} \tag{12}$$

Afin d'estimer les paramètres de la matrice de variance et de vérifier l'ajustement du modèle, on peut définir les résidus de Pearson :

$$r_{it} = \frac{N_{it} - \hat{\lambda}_{it}}{\sqrt{V(\hat{\lambda}_{it})}} \tag{13}$$

que l'on évalue à $\beta = \hat{\beta}$. Pour estimer le paramètre de dispersion ϕ , on pose:

$$\phi = \frac{1}{\sum_{i=1}^n T_i - p} \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^{T_i} \hat{r}_{it}^2 \tag{14}$$

Où $p = \dim(\beta)$

Ensuite, on utilise les estimés des résidus de Pearson \hat{r}_{it} de l'ajustement du modèle pour estimer les corrélations [16]. L'estimateur de $\mathbf{R}(\alpha)$ utilisant ces résidus est:

¹ Stata is a general-purpose statistical software package created in 1985 by StataCorp.

$$\hat{R}(\alpha) = \frac{\sum_{i=1}^n T_i}{\sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^{T_i} \frac{\hat{r}_{it}^2}{T_i}} G \tag{15}$$

Où

$$G = \begin{pmatrix} g_{11}\hat{r}_{i1}^2 & g_{12}\hat{r}_{i1}\hat{r}_{i2} & \cdots & g_{1T_i}\hat{r}_{i1}\hat{r}_{iT_i} \\ g_{21}\hat{r}_{i2}\hat{r}_{i1} & g_{22}\hat{r}_{i2}^2 & \cdots & g_{2T_i}\hat{r}_{i2}\hat{r}_{iT_i} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{T_i1}\hat{r}_{iT_i}\hat{r}_{i1} & g_{T_i2}\hat{r}_{iT_i}\hat{r}_{i2} & \cdots & g_{T_iT_i}\hat{r}_{iT_i}^2 \end{pmatrix}$$

Avec:

$$g_{uv} = \left(\sum_{i=1}^n I(i, u, v)^{-1} \right)$$

$$I(i, u, v) = \begin{cases} 1 & \text{si le panel } i \text{ à des observations aux indices } u \text{ et } v \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

3.2 LA TARIFICATION A POSTERIORI : SYSTEMES BONUS-MALUS A CLASSES

Un système Bonus-Malus à classes enferme l'assuré dans une échelle comptant un certain nombre de niveaux sur lesquels se déplacent les assurés et auxquels sont associées les primes à payer. Dans le système Bonus-Malus à classes, on suppose que le degré d'un assuré pour une période d'assurance donnée (généralement un an) est déterminé par le degré de la période précédente et le nombre de sinistres relatifs à cette période. Cette propriété nous permettra de modéliser l'évolution d'un assuré à l'aide d'un processus de Markov [11]. En effet, une chaîne de Markov est un processus stochastique dans lequel le développement futur dépend uniquement de l'état présent et non de l'histoire du processus ou de la manière dont l'état présent a été atteint [9].

Etant donné qu'un certain nombre de facteurs importants comme l'agressivité au volant ou l'acuité des réflexes ne peuvent être pris en compte dans la segmentation a priori, les classes de risques restent hétérogènes. Cette hétérogénéité résiduelle peut être représentée par un effet aléatoire Θ_i qui se superpose à la fréquence annuelle de sinistres. Etant donné $\Theta_i = \theta$, les nombres annuels de sinistres N_i sont supposés indépendants et de loi de Poisson de moyenne $\lambda_i \theta$:

$$P(N_i = k | \Theta_i = \theta) = \exp(-\theta \lambda_i) \frac{(\theta \lambda_i)^k}{k!}, k \in \mathbb{N} \tag{16}$$

De plus, tous les Θ_i sont supposés être indépendants et suivre une loi Gamma de densité :

$$u(\theta) = \frac{a^a}{\Gamma(a)} \theta^{a-1} \exp(-a\theta), \quad \theta > 0 \tag{17}$$

Avec:

$$E[\Theta_i] = \frac{a}{a} = 1 \quad V[\Theta_i] = \frac{a}{a^2} = \frac{1}{a} \tag{18}$$

Comme $E[\Theta_i] = 1$, nous avons que $E[N_i] = \lambda_i$; λ_i étant le nombre attendu de sinistre pour un assuré pour lequel on n'a pas d'information concernant le passé sinistres.

Choisissons au hasard un assuré dans le portefeuille. Appelons Λ sa fréquence de sinistre a priori et Θ l'effet résiduel des variables non incluses dans la tarification a priori. La fréquence annuelle de sinistre de cet assuré est alors $\Lambda\Theta$. Comme l'effet aléatoire Θ représente l'effet résiduel de co-variables inconnues, Λ et Θ peuvent raisonnablement être supposées indépendantes. Soit φ_k le poids de la k ème classe de risque, dont la fréquence de sinistre vaut λ_k . Nous avons que :

$$P(\Lambda = \lambda_k) = \varphi_k \tag{19}$$

Soit le vecteur de probabilités $\pi(\vartheta) = (\pi_0(\vartheta), \pi_1(\vartheta), \dots, \pi_s(\vartheta))^t$, dont la ℓ ème composante $\pi_\ell(\vartheta)$ est la probabilité qu'un assuré depuis suffisamment longtemps en portefeuille et dont la fréquence annuelle de sinistre est ϑ occupe le niveau ℓ .

Maintenant, soit L le niveau occupé par cet assuré choisi au hasard une fois que l'état stationnaire a été atteint. La distribution de L est donnée par:

$$P(L = \ell) = \sum_k \varphi_k \int_{\theta \geq 0} \pi_\ell(\lambda_k \theta) u(\theta) d\theta \quad (20)$$

Où $P(L = \ell)$ représente la proportion des assurés occupant le niveau ℓ .

Afin de déterminer les pourcentages à associer aux différents niveaux de l'échelle r_ℓ , [18] suggère à minimiser l'écart quadratique moyen entre la vraie prime relative Θ et la prime relative r_L applicable à l'assuré dans le système :

$$\min \mathcal{Q} = \min(E[(\Theta - r_L)^2])$$

La solution s'obtient en résolvant $\frac{\partial}{\partial r_\ell} \mathcal{Q} = 0$, on obtient alors:

$$r_\ell = \frac{\sum_k \varphi_k \int_{\theta \geq 0} \theta \pi_\ell(\lambda_k \theta) u(\theta) d\theta}{\sum_k \varphi_k \int_{\theta \geq 0} \pi_\ell(\lambda_k \theta) u(\theta) d\theta} \quad (21)$$

Le degré d'interaction entre les tarifications a priori et a posteriori se mesure par les variations de :

$$\begin{aligned} E[\Lambda|L = \ell] &= \sum_k \lambda_k P[\Lambda = \lambda_k | L = \ell] \\ &= \sum_k \lambda_k \frac{P[L = \ell | \Lambda = \lambda_k] \varphi_k}{\pi_\ell} \\ &= \frac{\sum_k \lambda_k \varphi_k \int_{\theta \geq 0} \pi_\ell(\lambda_k \theta) u(\theta) d\theta}{\sum_k \varphi_k \int_{\theta \geq 0} \pi_\ell(\lambda_k \theta) u(\theta) d\theta} \end{aligned} \quad (22)$$

Si la tarification a priori est pertinente (dans le sens qu'une forte fréquence a priori reflète effectivement un niveau de risque élevé), $E[\Lambda|L = \ell]$ devrait aller croissant avec le niveau ℓ . Ceci montre bien que les assurés dont les fréquences de sinistre a priori sont les plus basses ont tendance à se concentrer dans les niveaux inférieurs de l'échelle, alors que ceux dont les fréquences de sinistre a priori sont les plus élevées se retrouvent au contraire dans le haut de l'échelle. Dès lors, les assurés qui ont bénéficié de ristournes a priori (car leur profil de risque donnait à penser qu'ils causeraient peu de sinistres) seront également récompensés a posteriori (car ils graviteront dans le bas de l'échelle). Au contraire, les assurés réputés mauvais conducteurs a priori et donc pénalisés à la souscription par l'application d'un tarif plus élevé seront à nouveau pénalisés par le système de personnalisation a posteriori dans la mesure où ils auront tendance à occuper les niveaux les plus élevés de l'échelle.

4 APPLICATION NUMERIQUE

4.1 JEU DES DONNEES

Notre base de données, nous provient d'une compagnie d'assurance Algérienne importante : la Société Algérienne d'Assurance (la SAA). Cette société a été créée en Décembre 1963, elle est classée au premier rang des compagnies d'assurance en Algérie en 2016, où elle détient 22.5% de part du marché [1]. Et étant donné que les critères de tarification pour la responsabilité civile sont les mêmes pour toutes les compagnies. Il n'y a donc pas de stratégie de prix ou de marketing qui font que d'autres compagnies vont attirer plus de clients.

Afin d'éviter le problème des données manquantes, nous avons supprimé toutes les polices où il y avait un doute sur l'information reliée à l'une des variables tarifaires utilisées dans notre modèle. Une fois les fichiers annuels nettoyés, le portefeuille servant notre travail comprend 1000 polices, observées durant les années 2010, 2011 et 2012. Il s'agit alors d'un panel cylindré où les observations de tous les assurés du panel sont disponibles pour exactement les mêmes périodes. Pour chaque assuré nous avons pu dégager les informations suivantes : le sexe de l'assuré, l'âge de l'assuré, code puissance du véhicule, date de délivrance du permis (l'expérience de conduite), code usage concerne le tarif appliqué et l'utilisation du véhicule, numéro d'immatriculation de la voiture (l'âge de la voiture), code catégorie professionnelle, genre de voiture (commerciale ou touristique), le nombre annuel de sinistre.

La variable que nous tentons d'expliquer est la suivante (la variable dépendante): Nombre d'accidents annuels. C'est une variable discrète prenant des valeurs non négatives et qui ne dépassent pas quatre généralement. Sur l'ensemble du portefeuille la fréquence annuelle moyenne de sinistres est de 44,9%.

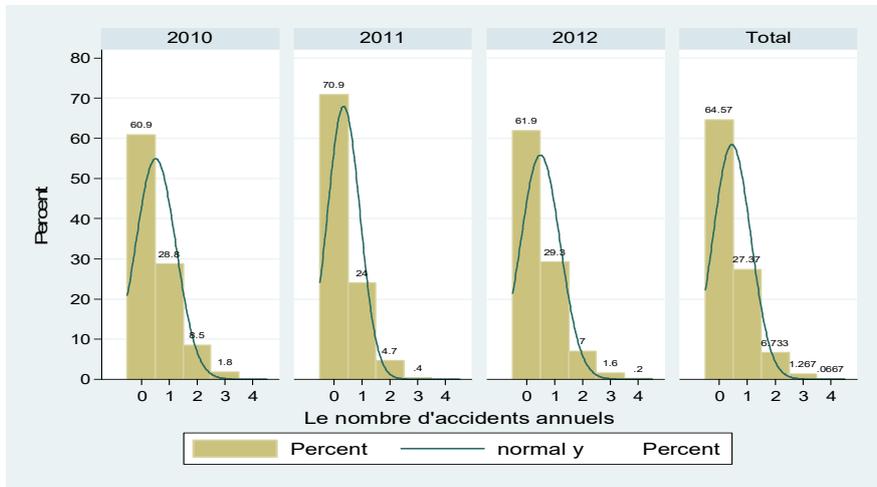


Fig. 1. Le nombre d'accidents annuels durant les années 2010,2011 et 2012

D'après les informations dont nous disposons, nous constatons que 35,43% de conducteurs ont eu au moins un sinistre dans l'année. En effet, leur pourcentage s'élève à 39,1% en 2010, 29,1% en 2011 puis à 28,1% en 2012. Durant ces trois ans, on constate que 27,37% des conducteurs ont déclarés un accident dans l'année, 6,73% ont déclarés deux accidents, 1,27% ont déclarés trois accidents et 0,07% des conducteurs ont déclarés quatre accidents dans l'année.

Les Figures (2) à (8) montrent des histogrammes décrivant, pour chaque variable explicative, la fréquence moyenne du nombre total de sinistres, pour chacun des différents niveaux de la variable explicative.

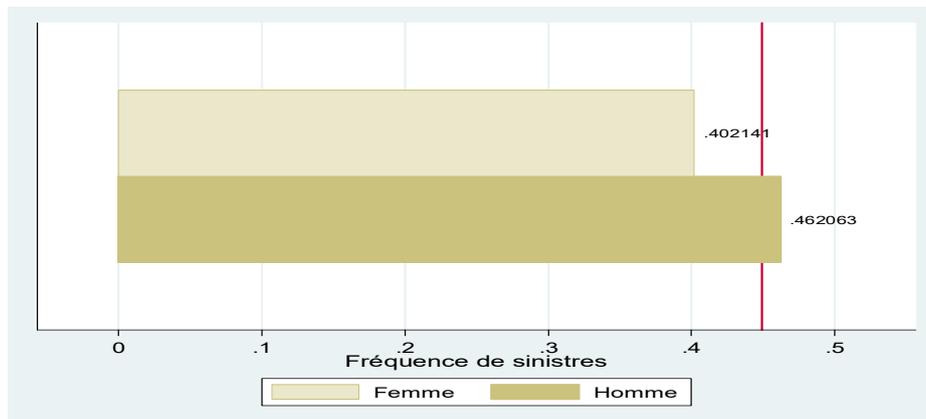


Fig. 2. Fréquence de sinistres selon le sexe du conducteur.

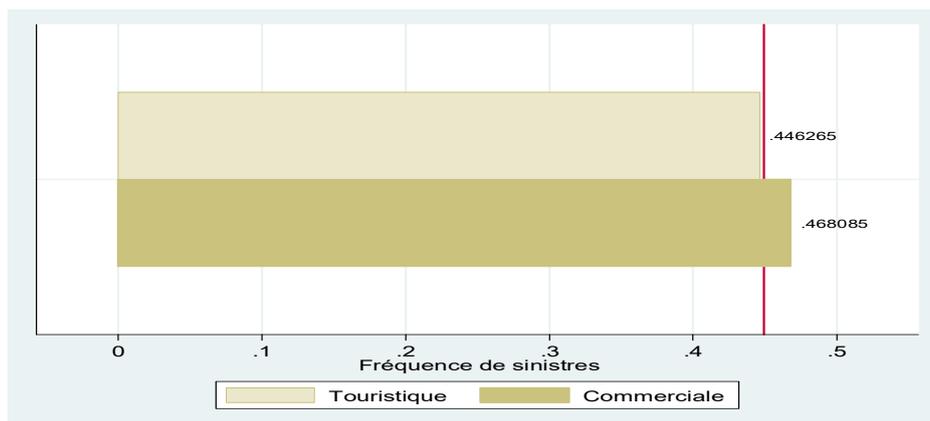


Fig. 3. Fréquence de sinistres selon le genre du véhicule

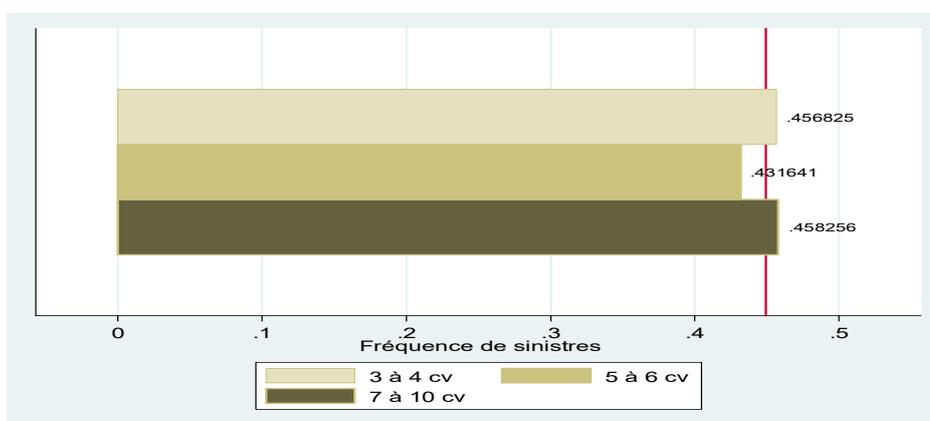


Fig. 4. Fréquence de sinistres selon la puissance du véhicule

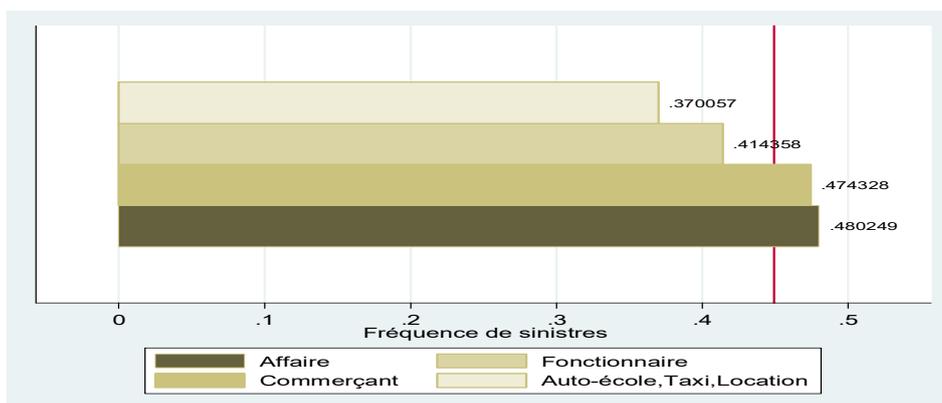


Fig. 5. Fréquence de sinistres selon l'usage du véhicule



Fig. 6. Fréquence de sinistres selon l'ancienneté de permis du conducteur

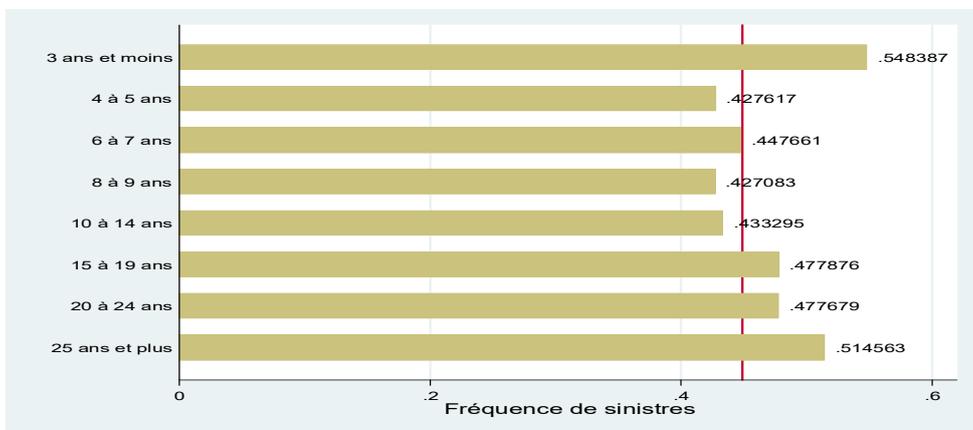


Fig. 7. Fréquence de sinistres selon l'âge du véhicule

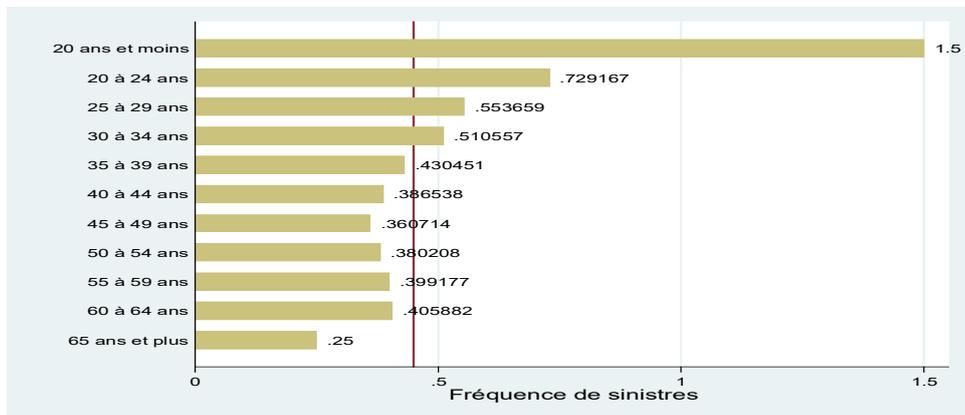


Fig. 8. Fréquence de sinistres selon l'âge du conducteur

Ces histogrammes appellent les quelques commentaires suivants :

- On constate une sous-sinistralité pour les femmes (0,40 contre 0,46 pour les hommes), qui ne représentent que 21,80% des assurés du portefeuille.
- La sur-sinistralité des jeunes conducteurs est évidente. Les fréquences de sinistres semblent décroître avec l'âge, passant de 1,5 à 0,73 puis à 0,55 et enfin à 0,25 pour les conducteurs âgés de plus de 65 ans. On remarque bien cette sur-sinistralité chez les conducteurs qui ont moins de 35 ans.

- Toutes choses égales par ailleurs, la sinistralité diminue avec l'ancienneté de permis. On remarque bien une sur-sinistralité chez les assurés possédant un nouveau permis de conduite. En effet, Les fréquences de sinistres semblent décroître avec l'ancienneté de permis, passant de 1,1 à 0,72 puis à 0,53 pour les conducteurs ayant une ancienneté de permis inférieure ou égale à 7 ans. En revanche, les fréquences de sinistres sont presque toutes inférieures à la moyenne totale du portefeuille (sous-sinistralité) pour les conducteurs ayant une ancienneté de permis supérieure ou égale à 8 ans.
- En ce qui concerne la puissance du véhicule, le genre du véhicule et l'âge du véhicule, on ne constate pas de grandes différences entre les différents niveaux de chacune de ces variables.
- La fréquence des sinistres est plus élevée chez les groupes « Affaire » et « Commerçant » par rapport les assurés des autres groupes (« Fonctionnaire » et « Auto-école, Taxi, Location »). En effet, les assurés du groupe « Affaire » ont la fréquence de sinistré la plus élevée (0,48), puis les assurés du groupe « Commerçant » avec fréquence de sinistré égale à 0,47. Pour les groupes « fonctionnaire » et « Auto-école, Taxi, Location », la fréquence de sinistré est en dessous à la moyenne totale du portefeuille, 0,41 pour le groupe « fonctionnaire » et 0,37 pour le groupe « Auto-école, Taxi, Location ».

4.2 ESTIMATION DES PARAMETRES A L'AIDE DE LA TECHNIQUE GEE

L'équation (11) est généralement résolue à l'aide d'une méthode de score de Fisher modifiée pour β et une estimation de moments pour α ([10] et [13]). Une sélection² des variables, basée sur l'analyse de type 3, nous conduit à retenir les variables : le sexe, le code usage concerne le tarif appliqué et l'utilisation du véhicule et la variable l'expérience de conduite. Les résultats finals de la régression de modèle Poisson à l'aide de la technique GEE sont présentés dans le tableau (3) :

Tableau 3. Résultats finals de l'estimation de modèle Poisson à l'aide de la technique GEE

		Wald	chi2(5)=	167.64	
		Prob > chi2 =		0.0000	
N_{it}	Coefficient β	Écart-types de β		Z	$P> Z $
Sexe (réf: femme)	0	0		0	.
Homme	.1616085	.0729625		2.21	0.027
Usage	0	0		0	.
Auto-école, taxi,	-.230993	.0973482		-2.37	0.018
Agp (réf: agp≤5)	0	0		0	.
5<agp≤7	-.2996573	.0726083		-4.13	0.000
7<agp≤9	-.6085835	.1023899		-5.94	0.000
agp>9	-.8439433	.068977		-12.24	0.000
Constante	-.4411818	.075952		-5.81	0.000

Source : élaborer par l'auteur à partir les données de la SAA

L'estimateur de $R(\alpha)$ est alors égale à :

$$\hat{R}(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & .0783429 & .0529825 \\ .0783429 & 1 & .0146558 \\ .0529825 & .0146558 & 1 \end{pmatrix}$$

² Cette analyse comparera le modèle complet ou non contraint (c'est-à-dire comprenant toutes les variables spécifiées dans le modèle) avec les différents modèles obtenus en supprimant une des variables, c'est-à-dire le modèle contraint. Ceci permet de tester la pertinence de chacune des variables explicatives, compte tenu des autres. Il s'agit donc de l'optique Backward de sélection des variables tarifaires : à chaque étape, on exclura la variable possédant la p - valeur la plus élevée, jusqu'à ce qu'aucune variable ne puisse plus être exclue (c'est à dire jusqu'à ce que toutes les p - valeurs soient inférieures à un seuil choisit par l'utilisateur, en générale 5%). Il convient ici de noter qu'une variable jugée pertinente à l'issue de l'analyse de type 3 pourrait comporter certains niveaux non-significatifs.

Le système de tarification automobile utilisé en Algérie se base essentiellement sur le genre, l'usage du véhicule et la puissance fiscale ([2] et [3]). De ce fait, on peut conclure que, le système de tarification automobile a priori utilisé en Algérie n'est pas optimal. Pour terminer, le modèle Poisson à l'aide de la technique GEE nous a permis de segmenter notre portefeuille en 16 classes de risque homogènes.

Tableau 4. Estimations des fréquences de sinistres des différentes classes de risque

Le sexe	L'usage du véhicule	L'âge de permis	Poids (%)	fréquence
Femme	Affaire, Fonctionnaire et Commerçant	$agp \leq 5$	4.37	.6432757
		$5 < agp \leq 7$	4.43	.4767137
		$7 < agp \leq 9$	3.13	.3500199
		$agp > 9$	9.47	.276616
	Auto-école, Taxi et Location	$agp \leq 5$	0.03	.5105969
		$5 < agp \leq 7$	0.07	.3783891
		$7 < agp \leq 9$	0.10	.2778265
		$agp > 9$	0.20	.2195626
Homme	Affaire, Fonctionnaire et Commerçant	$agp \leq 5$	15.33	.7561063
		$5 < agp \leq 7$	12.93	.5603293
		$7 < agp \leq 9$	6.37	.4114133
		$agp > 9$	32.17	.3251344
	Auto-école, Taxi et Location	$agp \leq 5$	2.27	.6001556
		$5 < agp \leq 7$	2.40	.4447586
		$7 < agp \leq 9$	1.33	.3265573
		$agp > 9$	5.40	.2580738
Total			100	.4492686

Source: élaborer par l'auteur à partir les données de la SAA

4.3 TARIFICATION A POSTERIORIM : SYSTEME BONUS-MALUS A CLASSES

Les systèmes Bonus-Malus correspondent à un système à classes dans lesquels les assurés grimpent ou descendent d'un certain niveau en fonction du nombre de sinistres déclarés ou du nombre d'années d'assurance sans accidents. Un système Bonus-Malus à classes se présente comme dans le tableau (5).

Le niveau 0 est celui avec la plus petite relativité tandis que le niveau est celui avec la plus grande relativité . La prime payée par l'assuré est égale au produit d'une prime de base prédéterminée selon les règles de tarification a priori et de la relativité correspondant au niveau occupé par l'assuré dans l'échelle Bonus-Malus. Un degré de l'échelle est prévu pour un nouvel assuré. Un réajustement de la position de l'assuré sur cette échelle est effectué annuellement en fonction de la sinistralité de cet assuré conformément aux règles de transition du système. Les pénalités induites par un système Bonus-Malus à classes ne dépendent que du nombre d'accidents déclarés par l'assuré. De plus, le niveau qu'occupera l'assuré dans le système Bonus-Malus à l'année $t+1$ ne dépend que du niveau qu'il occupait durant l'année et du nombre de sinistres déclarés durant l'année t .

Tableau 5. Bonus –Malus à classes

Niveau	Prime	Prime relative
s	b_s	r_s
⋮	⋮	⋮
ℓ	$b_\ell = r_\ell \times PB$	r_ℓ
⋮	⋮	⋮
0	b_0	r_0

Les règles de passage d'une classe à l'autre ainsi que le nombre des classes sont assez variables d'un pays à l'autre. On définit généralement le système Bonus-Malus par le nombre de classes de ce système et une échelle $-y/+x$, signifiant qu'en fonction de son niveau de début de période, l'assuré descend de y niveaux en cas d'année d'assurance sans accidents tandis qu'il grimpe de x niveaux à chaque sinistre déclaré.

Une compagnie d'assurance peut proposer des échelles différentes à des catégories différentes d'assurés et ceci en vue de contrer l'injustice inhérente à une échelle uniforme. Mais cette idée pourrait également servir à écarter une classe de risques considérée comme trop risquée, en lui proposant une échelle très sévère ou au contraire à en attirer une autre en lui proposant une échelle favorable.

Pour cela, et afin de comparer les différentes échelles d'un système Bonus-Malus, deux systèmes Bonus-Malus de [20] ayant 9 niveaux sont considérés, où seule la pénalité change en fonction du type du système Bonus-Malus. Il s'agit des modèles Bonus-Malus avec échelle -1/+2 et -1/+4.

Il est utile de noter ici que, selon [21], le système Bonus-Malus markovien jouit de la propriété d'équilibre financière quelque soit, le nombre des classes choisit et quelques soit le type de pénalité (l'échelle) considéré.

4.3.1 ECHELLE -1/+2

Il s'agit de l'échelle « soft » de [20], les nouveaux assurés sont versés dans le niveau 6. Chaque année sans sinistre vaut une descente d'un degré dans l'échelle. Et chaque sinistre est pénalisé par une remontée de deux niveaux. Les résultats de calibrage de l'échelle -1/+2 à l'aide de la méthode de [18] sans tenir compte puis en tenant compte de la segmentation a priori donne les résultats suivants :

Tableau 6. Résultats numériques de calibrage d'un système Bonus-Malus à 9 classes pour l'échelle -1/+2

Niveau ℓ	Sans segmentation a priori		Avec segmentation a priori		
	$P(L_{\vartheta} = \ell)$	r_{ℓ}	$P(L_{\vartheta} = \ell)$	r_{ℓ}	$E[\Lambda L = \ell]$
8	20.68%	168%	20.04	114.51	64.12
7	12.32%	142%	13.44	109.80	56.70
6	8.67%	121%	10.22	105.60	50.00
5	6.65%	105%	8.20	102.29	44.94
4	6.33%	89%	7.85	98.28	39.88
3	5.46%	80%	6.71	95.78	37.03
2	7.82%	65%	8.55	90.98	32.97
1	5.89%	61%	6.19	89.41	31.71
0	26.15%	44%	18.81	83.31	28.01

Les valeurs de ce tableau sont calculées numériquement à l'aide du logiciel MATLAB. Les valeurs de la deuxième et la troisième colonnes de ce tableau ont été obtenues respectivement par l'équation³ (20) et (21) avec $\hat{\alpha}=2.14$ et $\hat{\lambda}=0.449$, paramètres obtenus en ajustant une distribution Binomiale Négative sur les nombres de sinistres N_{it} . En effet, (DENUIT, et al. 2007) ont estimé les paramètres λ et $\hat{\alpha}$ par :

$$E(N_{it}) = 0.449 = \hat{\lambda}, \quad V(N_{it}) = \frac{1}{\hat{\alpha}} = 0.466 \Rightarrow \hat{\alpha} = 2.14$$

La deuxième colonne de ce tableau donne les proportions d'assurés dans les différents niveaux de l'échelle -1/+2. La troisième colonne de ce tableau décrit les pourcentages associés aux 9 échelons si aucune différenciation tarifaire n'est opérée a priori. Une fois l'état stationnaire atteint, 26.15% des polices se trouvent au niveau 0 et bénéficient donc du bonus maximal, alors que 20.68% des assurés se trouvent au niveau 8 (malus maximal). Les primes relatives varient entre 44% pour le niveau 0 et 168% pour le niveau 8. C'est-à-dire les assurés au niveau 0 sont gratifiés d'une ristourne de l'ordre de 56% et ceux au niveau 8 sont pénalisés de 68%.

³ En effet, si l'assureur n'utilise pas de tarification a priori, tous les λ_k sont égaux à $\bar{\lambda}$, la fréquence moyenne annuelle de sinistres pour le portefeuille entier.

La cinquième colonne est, quant à elle, basée sur l'équation (21) avec $\hat{a}=11.85$ et les λ_k obtenus par la segmentation a priori présentée à la section précédente. La dernière colonne est obtenue à partir de l'équation (22). En effet, [15] ont proposés d'estimer le paramètre \hat{a} par :

$$V(N_{it}) = \lambda_{it} + \frac{(\lambda_{it})^2}{a} \Rightarrow \hat{a} = \frac{(\lambda_{it})^2}{V(N_{it}) - \lambda_{it}} = 11.85$$

La cinquième colonne reprend les pourcentages de troisième colonne si l'assureur segmente a priori. Ceci a pour effet de limiter l'ampleur des corrections a posteriori. La ristourne au niveau 0 n'est plus que 16.7% et la pénalité au niveau 8 de 15%. Finalement, on voit que $E[\Lambda|L = \ell]$ est croissant en ℓ , ce qui traduit bien la concentration des bons assurés dans le bas de l'échelle et celle des mauvais dans le haut de l'échelle.

4.3.2 ECHELLE -1/+4

Il s'agit de l'échelle « sévère » de [20], les nouveaux assurés sont versés dans le niveau 6. Chaque année sans sinistre vaut une descente d'un degré dans l'échelle. Et chaque sinistre est pénalisé par une remontée de quatre degrés. Les résultats de calibrage de l'échelle -1/+4 à l'aide de la méthode de [18] sans tenir compte puis en tenant compte de la segmentation a priori donne les résultats suivants :

Tableau 7. Résultats numériques de calibrage d'un système Bonus-Malus à 9 classes pour l'échelle -1/+4

Niveau ℓ	Sans segmentation a priori		Avec segmentation a priori		
	$P(L_g = \ell)$	r_ℓ	$P(L_g = \ell)$	r_ℓ	$E[\Lambda L = \ell]$
8	28.87%	146%	30.13	108.93	55.91
7	16.87%	122%	18.99	104.59	49.68
6	10.90%	104%	12.70	101.03	44.72
5	7.58%	91%	8.90	98.01	40.81
4	7.30%	73%	7.82	93.33	36.08
3	5.34%	66%	5.51	91.29	34.07
2	4.02%	61%	3.95	89.41	32.41
1	3.10%	56%	2.88	87.64	31.01
0	16.02%	38%	9.11	80.91	26.99

Une fois l'état stationnaire atteint, et Si on construit l'échelle Bonus-Malus sans reconnaître la segmentation a priori, 16.02% des polices se trouvent au niveau 0 et bénéficient donc du bonus maximal, alors que 28.87% des assurés se trouvent au niveau 8 (malus maximal). Les primes relatives varient entre 38% pour le niveau 0 et 146% pour le niveau 8.

Lorsqu'on tient compte de la segmentation a priori, 9.11% des polices se trouvent au niveau 0 et bénéficient donc du bonus maximal, alors que 30.13% des assurés se trouvent au niveau 8 (malus maximal). Les primes relatives varient entre 80.91% pour le niveau 0 et 108.93% pour le niveau 8 ; les corrections a posteriori sont donc moins sévères dans ce cas.

Il est intéressant de comparer les valeurs obtenues pour l'échelle -1/+4 à celle obtenues pour l'échelle -1/+2. La plus forte pénalisation des sinistres assure une plus grande dispersion des assurés dans l'échelle. Le niveau 0 regroupe pour l'échelle -1/+4 environ 16.02% des assurés (respectivement 9.11% avec segmentation a priori), contre 26% pour l'échelle -1/+2 (respectivement 18.81% avec segmentation a priori). Ceci a pour effet d'augmenter la ristourne au niveau 0 et de réduire les pénalités associées aux niveaux élevés.

5 CONCLUSION

Le système de tarification automobile utilisé en Algérie se base essentiellement sur le genre, l'usage du véhicule et la puissance fiscale. On a comparé ce système de tarification avec les résultats obtenus par le modèle Poisson à l'aide de la technique GEE, et on a constaté que :

- les variables genre et la puissance fiscale, utilisées par le système de tarification en Algérie, ne sont pas retenues par le modèle Poisson à l'aide de la technique GEE.
- des variables autres que les variables utilisées par le système de tarification en Algérie, telles que le sexe et l'expérience de conduite de l'assuré sont significatives pour expliquer la fréquence de sinistres.

De ce fait, on a conclu que, le système de tarification automobile a priori utilisé en Algérie n'est pas optimal.

Eu égard à l'hétérogénéité encore présente au sein d'un groupe de risques, la différence dans les statistiques de sinistres des assurés au sein d'une classe tarifaire ne doit pas seulement être attribuée au hasard mais doit être considéré dans une certaine mesure comme un reflet de l'influence des facteurs de risques qui n'ont pas été pris en considération a priori. Le second volet tarifaire concerne la tarification a posteriori au moyen d'un système de type Bonus-Malus, c'est-à-dire la partie de la prime pure qui dépend de la sinistralité passée de l'assuré.

Un système Bonus-Malus à classes basé sur la théorie de la chaîne de Markov a été calibré. On a choisi arbitrairement de calibrer deux systèmes Bonus-Malus de [20] ayant 9 classes, où seule la pénalité change en fonction du type du système Bonus-Malus. Il s'agit des modèles Bonus-Malus avec échelle $-1/+2$ et $-1/+4$. Pour chaque échelle, les résultats de calibrage d'un système Bonus-Malus à l'aide de la méthode de [18] en tenant compte de la segmentation a priori.

Dans notre travail, nous avons montré comment construire simplement une échelle Bonus-Malus basée sur une tarification a priori et nous avons vu que cette dernière influençait l'échelle obtenue. Ainsi, une compagnie peut décider du degré de segmentation a priori qu'elle retient en choisissant un certain nombre et un certain type de variables explicatives et ceci va la conduire à proposer à ses assurés une tarification a posteriori plus ou moins sévère. Nous avons également vu que la compagnie peut proposer des échelles différentes à des catégories différentes d'assurés et ceci en vue de contrer l'injustice inhérente à une échelle uniforme. Mais cette idée pourrait également servir à écarter une classe de risques considérée comme trop risquée, en lui proposant une échelle très sévère ou au contraire à en attirer une autre en lui proposant une échelle favorable.

RÉFÉRENCES

- [1] CNA, Note de conjoncture du 4ème trimestre et année 2017, 2018.
[Online] Available: <http://www.cna.dz/Actualite/Assure-Infos/Note-de-conjoncture-du-4eme-trimestre-et-annee-2017> (April 21, 2018).
- [2] CNA, L'Assurance Automobile, 2009.
[Online] Available: <http://www.cna.dz/En-savoir-plus/Produits-d-assurance/Risques-lies-aux-biens-et-activites-de-la-vie-privée/L-Assurance-Automobile> (January 13, 2010).
- [3] LATRECHE, A., "Estimation de la probabilité d'accident par le modèle probit dans le cas de l'assurance automobile (Une Etude Empirique)". Les annales ROAD (Recherche Opérationnelle et Aide à la Décision), no. 15, Avril, 2007.
- [4] RIMI, R., Un modèle de tarification optimal pour l'assurance automobile: une approche avec données de panel (le cas de la SAA), Ecole Nationale Supérieure de Statistique et d'Economie Appliquée (ENSSEA (EX INPS)): thèse de doctorat non publiée, KOLEA, Tipaza, Algérie, 2015.
- [5] RIMI, R., RIMI, O. & LATRECHE, A., "Une évaluation empirique de la tarification de l'assurance automobile en Algérie: une approche avec données de panel", ROA Iktissadia Review, vol. 9, no. 1, pp. 311-330, 2015.
- [6] SAA, assurance auto: conditions générales. Alger: visa N°01/MF/DGT/DASS/du 15.03.2010, 2010.
- [7] LEMAIRE, J., Bonus-malus systems in automobile insurance, Huebner International Series on Risk, Insurance and Economic Security, Dordrecht: Springer Science & Business Media, 1995.
- [8] DIONNE, G. & VANASSE, C., "Automobile insurance ratemaking in the presence of asymmetrical information", Journal of Applied Econometrics, Vol. 7, no. 2, pp. 149-165, 1992.
- [9] PITREBOIS, S., DENUIT, M. & WALHIN, J.-F., "Setting a bonus-malus in the presence of other rating factors: TAYLOR'S work revisited", ASTIN BULLTIN, vol. 33, no. 2, pp. 419-436, 2003a.
- [10] PITREBOIS, S., DENUIT, M. & WALHIN, J.-F., "Tarification automobile sur données de panel", Bulletin des Actuaire Suisses, pp. 51-81, 2003b.
- [11] PARTRAT, C. & BESSON, J.-L., Assurance non-vie: Modélisation, Simulation. Paris: ECONOMICA, 2005.
- [12] Dionne, G., R. Gagné, and C. Vanasse, "Inferring Technological Parameters from Incomplete Panel Data", Journal of Econometrics, vol. 87, pp. 303-327, 1998.
- [13] LIANG, K.-Y. & L.ZEGER, S., "Longitudinal Data Analysis Using Generalized Linear Models", Biometrika, April, vol. 73, no. 1, pp. 13-22, 1986.
- [14] ZEGGER, S. L., LIANG, K.-Y. & ALBERT, P. S., "Models for Longitudinal Data: A Generalized Estimating Equation Approach", Biometrics, December, vol. 44, no. 4, pp. 1049-1060, 1988.
- [15] DENUIT, M., MARECHAL, X., PITREBOIS, S. & WALHIN, J.-F., Actuarial Modelling of Claim Counts: Risk Classification, Credibility and Bonus-Malus Systems. The Atrium, Southern Gate, Chichester, West Sussex PO19 8SQ, England: John Wiley & Sons Ltd, 2007.

- [16] SECK, B., Estimation pour les modèles linéaires généralisés : Approche marginale, approche conditionnelle et application, Essai présenté à la Faculté des études supérieures de l'Université Laval dans le cadre du programme de maîtrise en statistique pour l'obtention du grade de Maître ès sciences (M.Sc.) FACULTE DES SCIENCES ET DE GENIE, UNIVERSITE LAVAL, 2006.
- [17] HILBE, J. M., Negative Binomial Regression, 2nd Ed, New York: Published in the by Cambridge University Press, 2011.
- [18] NORBERG, R., "A Credibility Theory for Automobile Bonus Systems", Scandinavian Actuarial Journal, vol. 1976, no. 2, pp. 92-107, 1976.
- [19] SAA, le site internet de la Société Algérienne des Assurances
[Online] Available: <http://www.saa.dz/> (April 28, 2018), 2018.
- [20] TAYLOR, G., "Setting a bonus-malus scale in the presence of other rating factors", ASTIN BULLETIN, vol. 27, no, 2, pp. 319-327, 1997.
- [21] DENUIT, M. & CHARPENTIER, A., Mathematique De L'assurance Non-Vie: tarification et provisionnement. Paris: ECONOMICA, 2005.