

Exploitation des transports en commun du secteur privé en milieu urbain en République Démocratique du Congo: Comparaison de deux modèles de régulation de la circulation sur les lignes de transport à Lubumbashi

[Exploitation of public transports of the private sector in urban setting in the Democratic Republic of Congo: A comparison of two traffic regulation models of transport lines in Lubumbashi]

Louis Sumba Chenge¹, Ghislain Nkongolo Mwamba¹, Ilunga Kandolo Simon², and Onesiphore Luhanga Mulumbati¹

¹Département de Statistique, Institut Supérieur de Statistique de Lubumbashi, RD Congo

²Ecole de Santé Publique, Université de Lubumbashi, RD Congo

Copyright © 2020 ISSR Journals. This is an open access article distributed under the *Creative Commons Attribution License*, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

ABSTRACT: The study was aimed at determining whether it is financially beneficial to public transport owners of vehicles in urban setting to wait for passengers at rush hours for a long time at the bus stop until the bus is full while a crowd of people is waiting for the same bus at the end of the other bus stop.

The study was carried in using a mathematical model of transport lines to which is adjusted the phenomenon of lines of buses at the bus terminus where people who want to go to the other end of the line come in small numbers to take place in the lined up vehicles. This model of traffic regulation of public transport has been financially compared to the model where the buses do not queue up at the bus terminus. The decision has been taken in comparing the fare to be paid by passengers to the variable cost of exploitation attributable to each of them.

Out of the four lines of transport selected for the study in Lubumbashi city in the Democratic Republic of Congo, namely the lines Town-CRAA, Town-Ruashi, Town-Kisanga and Town-Kisima, the last three lines are in conformity with the mathematical model of reference. The current single fare of 500 Congolese Francs being higher than the variable costs of exploitation on these three lines of transport, that is to say, respectively 175, 150 and 145 Congolese Francs, then the model of traffic regulation without buses queuing at the bus terminus of the city Centre is more cost-effective.

KEYWORDS: Public transports, transport lines, waiting lines, models of traffic regulation, gainful, Lubumbashi city.

RESUME: L'objectif de cette étude fut de déterminer s'il est financièrement bénéfique aux exploitants des véhicules des transports en commun en milieu urbain d'attendre plus ou moins longtemps aux heures de pointe à un terminus de la ligne qu'ils desservent jusqu'à remplir le véhicule pendant qu'à l'autre bout de la ligne une foule nombreuse des personnes attend ces véhicules.

L'étude a été menée en utilisant un modèle mathématique des files d'attente auquel s'ajuste le phénomène d'attente des bus au terminus où les personnes désirant partir à l'autre bout de la ligne viennent au compte-gouttes pour prendre place dans les véhicules alignés. Ce modèle de régulation de la circulation des bus de transport en commun où ceux-ci attendent les personnes pour faire le plein a été comparé sur le plan financier à celui dans lequel les bus ne font pas la queue à ce terminus. La décision a été prise en comparant le prix que doivent payer les passagers au coût variable d'exploitation imputable à chacun d'eux.

Sur les quatre lignes de transport sélectionnées pour l'étude dans la ville de Lubumbashi en République Démocratique du Congo, à savoir les lignes ville-CRAA, ville-Ruashi, ville-Kisanga et ville-Kisima, les trois dernières répondent au modèle mathématique de référence. Le prix en vigueur de 500 FC la course, étant supérieur aux coûts variables d'exploitation sur ces trois lignes, soit respectivement 175 FC, 150 FC et 145 FC, alors le modèle de régulation de la circulation sans attente des bus aux terminus du centre-ville, est plus rentable.

MOTS-CLEFS: Transports en commun, lignes de transport, files d'attente, modèles de régulation de la circulation, rentable, ville de Lubumbashi.

1 INTRODUCTION

En République Démocratique du Congo, tout comme dans certains autres pays en voie de développement, les transports en commun du secteur public dans les grandes villes sont caractérisés par l'insuffisance due, d'une part à l'accroissement démographique rapide et continu, et d'autre part à la carence des capitaux pour l'acquisition et le renouvellement des moyens de transport correspondant aux besoins [1]. Actuellement, seule la ville de Kinshasa est dotée de la société publique TRANSCO pour le transport en commun intra urbain des personnes. Dans les autres villes du pays, ce sont les moyens de transport collectif privés que les habitants utilisent pour leur déplacement et dont le but ultime des exploitants est la recherche du gain dont la réalisation est circonscrite dans un cadre légal défini par les pouvoirs publics. En effet, le transport rémunéré en commun doit être effectué moyennant paiement d'un prix fixé d'avance par un Arrêté tarifaire du Ministère de l'Economie, du Gouverneur de Province ou du Maire de la ville selon le cas [2].

Les moyens de transport jouent en milieu urbain un rôle socioéconomique crucial: ils assurent les déplacements des personnes afin de leur permettre de rejoindre leurs lieux de travail ou leurs résidences, de s'approvisionner au centre-ville ou de résoudre des problèmes sociaux divers. A Lubumbashi, il y a concentration au centre-ville de grandes maisons de commerce, des bureaux de l'administration publique et des entreprises publiques ou privées, d'un grand nombre de consulats, des écoles primaires et secondaires de grande renommée, des hôpitaux publics ou privés à grande capacité d'admission, etc. Aussi, le centre-ville étant au carrefour des quartiers périphériques, il sert de transit aux déplacements quotidiens des personnes d'un quartier périphérique à l'autre. Cela a ceci de conséquence que journallement avant le début des heures de travail, les déplacements des personnes sont de loin plus importants des quartiers périphériques vers le centre-ville que dans le sens opposé, et inversement après les heures de travail. Le problème de base, propre à celui de la plupart de grandes villes réside dans le fait que la répartition des lieux de résidence ne suit pas la répartition des lieux de travail; cette situation engendre une migration journalière importante [3]. Des congestions des véhicules se forment dans les centres aux heures de pointe des déplacements (migrations alternantes domicile-travail) [4].

Cette situation est consécutive à un comportement mercantile empirique des exploitants des véhicules de transport en commun qui consiste au début et à la fin de la ligne qu'ils desservent à remplir au maximum leurs véhicules, cela parfois au prix des temps d'attente plus ou moins importants. Comme à certains moments du jour, les déplacements des personnes sont plus volumineux dans un sens que dans l'autre, il se crée un double phénomène: à un bout de la ligne considérée, une grande foule des personnes attend les bus et à l'autre bout, les bus attendent les personnes. De temps à autre, un bus qui se remplit va à l'autre terminus où de nombreuses personnes impatientes l'assaillent, mais seulement quelques-unes y entrent précipitamment et y prennent place. Il s'agit là d'un modèle de régulation de la circulation des véhicules de transport en commun caractérisé par l'apparition d'une file d'attente de ces véhicules au terminus de faible demande (TFD), c'est-à-dire là où le flux des passagers est de faible intensité.

Une attitude scientifique devant ce comportement des exploitants des véhicules de transport en commun nous pousse à nous poser la question suivante: l'attente plus ou moins longue des bus au TFD est-elle préjudiciable ou bénéfique à la réalisation d'un revenu maximum pour le véhicule ? Autrement dit, entre le modèle de régulation de la circulation des bus où ceux-ci forment une file d'attente au TFD et celui sans file d'attente à ce terminus, lequel est beaucoup plus bénéfique pour le transporteur ? La réponse à cette question justifie la raison de cette étude dont l'intérêt, comme on peut bien s'en rendre compte, est à la fois économique et social: il est économique pour le transporteur qui applique le modèle de régulation lui permettant de réaliser le plus grand revenu; il est social au cas où le meilleur modèle est celui de régulation faisant disparaître la file d'attente des véhicules au TFD de telle sorte que l'on décongestionne rapidement l'autre bout de la ligne où des foules des gens attendent.

2 METHODE ET MATERIEL

2.1 PRESENTATION DU MODELE MATHEMATIQUE DE REFERENCE

2.1.1 HYPOTHÈSES DU MODÈLE MATHÉMATIQUE

Le modèle de circulation des bus sur une ligne de transport caractérisé par l'existence d'une file d'attente des bus au TFD est, en théorie des files d'attente, celui d'un système fermé avec un seul guichet. Le modèle mathématique correspondant à la lumière duquel il convient d'analyser la file d'attente des bus au TFD répond aux hypothèses suivantes [5,6]:

- Le guichet est unique: ce guichet correspond au bus vers lequel les passagers sont orientés pour y entrer jusqu'à son remplissage. Pour ce faire, la règle FIFO (FIRST IN FIRST OUT) est d'application: le premier bus arrivé au TFD est le premier à être servi, c'est-à-dire toutes les entrées des personnes lui sont destinées jusqu'à ce qu'il soit rempli; tout bus arrivé

après doit attendre dans la file. Des agents de l'ACCO (Association des Chauffeurs du Congo) et de la MUC (Mutuelle des chauffeurs) sont souvent là en permanence pour maintenir cette discipline;

- Le nombre m des unités ou bus en circulation sur la ligne considérée est fini;
- La durée du service (remplissage) est exponentielle. La lettre μ représente le taux moyen de la loi exponentielle associée;
- Les arrivées des bus à la station suivent la loi de Poisson de paramètre λ ;
- Le système est fermé, c'est-à-dire une unité servie retourne dans le système après un temps plus tard. En d'autres termes, un bus qui se remplit au TFD va à l'autre terminus de la ligne et retourne plus tard dans la file au TFD.

2.1.2 CARACTÉRISTIQUES DU MODÈLE MATHÉMATIQUE

Si les cinq hypothèses énoncées ci-dessus sont vérifiées, alors les caractéristiques du modèle théoriques correspondant sont:

- Paramètres λ_n et μ_n du processus de naissance et de mort (n étant le nombre d'unités dans le système d'attente):

➤ Si $n = 0$, alors

$\lambda_n = \lambda$ où λ est le taux de la loi régissant la source qui génère les arrivées.

$$\mu_n = 0$$

➤ Si $0 < n \leq m$, alors

$$\lambda_n = (m - n) \lambda$$

$\mu_n = \mu$ où μ est le taux de la loi régissant la sortie du système.

- Equations du processus de naissance et de mort:

Ce sont des équations qui décrivent la file d'attente alimentée par les bus qui retournent dans le système (naissances) et diminuée par les bus remplis qui quittent le système (morts).

$$\begin{cases} -m\lambda P_0 + \mu P_1 = 0 \\ -[(m - n)\lambda + \mu]P_n + (m - n + 1)\lambda P_{n-1} + \mu P_{n+1} = 0, 1 \leq n < m \\ -\mu P_m + \lambda P_{m+1} = 0 \end{cases}$$

Dans ces équations P_n est la probabilité qu'il y ait n bus au TFD, y compris le bus en train d'être chargé.

En posant: $\psi = \frac{\lambda}{\mu}$, appelé intensité de trafic ou facteur d'utilisation, on peut montrer que

$$P_0 = \frac{1}{1 + \sum_{n=1}^m \frac{m!}{(m-n)!} \psi^n}; \text{ c'est la probabilité qu'il n'y ait aucun bus au TFD.}$$

- Quelques grandeurs caractéristiques en régime permanent:

➤ Nombre moyen de bus au TFD: $\bar{N}_S = m - \frac{1 - P_0}{\psi}$

➤ Nombre moyen des bus hors du TFD: $m - \bar{N}_S = \frac{1}{\psi} (1 - P_0)$

➤ Le taux moyen des arrivées dans le système est donc $\lambda (m - \bar{N}_S)$

➤ Le temps d'attente moyen dans le système est donné par:

$$\bar{T}_S = \frac{\bar{N}_S}{\lambda (m - \bar{N}_S)} = \frac{1}{\mu} \left[\frac{m}{1 - P_0} - \frac{1}{\psi} \right]$$

2.2 APPROCHE DU SYSTEME D'ATTENTE DES BUS AU MODELE MATHÉMATIQUE DE REFERENCE ET SES PARAMETRES CARACTERISTIQUES

Le système d'attente faisant l'objet de cette étude est constitué par l'ensemble des bus en stationnement au TFD. Le premier bus arrivé est celui où entrent les passagers jusqu'à son remplissage.

2.2.1 HYPOTHÈSES DE TRAVAIL

Pour que le phénomène étudié se ramène au modèle mathématique de référence présenté ci-dessus, nous avons adopté les hypothèses de travail suivantes, lesquelles correspondent avec la réalité sur terrain ou s'en approchent le plus près possible:

- Les bus de transport concernés par l'étude ont une capacité de N personnes, c'est-à-dire qu'ils se remplissent par un nombre identique N de passagers.
- Au terminus de « forte demande » (bout de la ligne considérée où une foule nombreuse de personnes attend les bus), le temps d'entrée des passagers dans le bus est constant. Cela se justifie par la capacité identique des véhicules et par le fait que les personnes y entrent précipitamment. Ce temps d'entrée est ici symbolisé par δ . De même, le temps de sortie des passagers du bus est constant et incorporé dans celui que le bus met pour parcourir la ligne desservie. Par ailleurs, à ce terminus, les bus n'attendent pas les passagers, car ceux-ci forment autant des files désordonnées qu'il y a des bus qui se présentent.
- Le temps de parcours de la ligne est presque constant et identique pour tous les bus ou encore peu variable avec un faible écart-type. Cette hypothèse est plausible car la longueur de la ligne est fixe et les bus se déplacent à vitesse quasi-identique ne s'arrêtant que rarement en cours de route pour peu de temps. Le temps d'aller-retour d'un véhicule sur la ligne est symbolisé par θ' .
- Au TFD toutes les unités sont sans priorité. En effet, c'est la règle FIFO qui est d'application.
- Les arrivées des bus au TFD sont régies par la loi de Poisson et la durée de service ou remplissage du bus est du type exponentiel. Pour que cette hypothèse soit plausible, nous montrerons que si les entrées des personnes dans un bus au TFD respectent les conditions du processus de Poisson, alors la durée de remplissage du bus est exponentielle de paramètre μ et les arrivées des bus à la station sont régies par la loi de Poisson de paramètre b. Ces deux paramètres sont définis plus loin.
- Le régime du système d'attente décrit est permanent pendant l'intervalle T qui correspond aux heures de pointe. Le nombre d'unités en file étant nécessairement limité par m-1, il n'y aura pas d'hypothèse à faire relativement aux paramètres b et μ pour assurer l'existence d'un régime permanent [5, 7].

2.2.2 LOI ET TAUX DE SERVICE DU SYSTEME ÉTUDIÉ

Faisons l'hypothèse que les entrées des personnes dans un bus au TFD soient régies par la loi de Poisson dont le taux moyen des entrées est a. L'hypothèse des entrées poissonniennes fera l'objet d'une vérification par un test approprié dans la partie « Résultats ». Ainsi, la probabilité $P_k(t)$ qu'il y ait k entrées pendant l'intervalle de temps t est donnée par:

$$P_k(t) = \frac{(at)^k}{k!} e^{-at}, k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

On montre que, si un phénomène respecte les conditions du processus de Poisson, alors les intervalles de temps qui séparent deux événements successifs sont régis par la loi exponentielle de même paramètre [5]. Concrètement, dans la présente étude, cela signifie que l'intervalle de temps t entre deux entrées successives des personnes dans le bus au TFD est régi par la loi exponentielle, dont la densité de probabilité est exprimée par la formule: $f(t) = ae^{-at}$ avec $t \geq 0$ et dont l'espérance mathématique est $E(t) = 1/a$. Cette dernière quantité exprime le temps moyen qui sépare deux entrées successives des personnes dans le bus.

En désignant alors par X, le temps de chargement du bus par N passagers, on établit que $X = Nt$. Par conséquent, la variable X est aussi exponentielle de moyenne N/a , ce qui signifie qu'un bus se remplit pendant une durée moyenne N/a . Le service (remplissage ou chargement du bus) suit donc la loi exponentielle. L'inverse de N/a définit le taux moyen de service $\mu = a/N$.

2.2.3 LOI ET TAUX DES ARRIVÉES DES BUS DANS LE SYSTEME

Avec A. Kaufmann [5] nous ferons la remarque suivante: « Si le temps de service est distribué exponentiellement, les instants de fin de service sont distribués selon la loi de Poisson tant que la station (TFD) est occupée. Donc, si une station est occupée, la probabilité que le service devienne disponible dans l'intervalle dt est μdt . Ainsi, la distribution du nombre des sorties (unités qui viennent de finir d'être servies) tant que la station est occupée est $P_r(S) = \frac{(\mu t)^S}{S!} e^{-\mu t}, S = 0, 1, 2, 3, \dots$ Pour le modèle théorique, tant que la station est occupée, la probabilité P_0 d'avoir zéro unité dans le système est nulle: $P_0 = 0$ ». Sachant que dans le système du phénomène d'attente étudié, une unité (bus) qui quitte le TFD y retourne après un temps $\theta = \theta' + \delta$ plus tard, alors il sort autant d'unités en moyenne qu'il en arrive: le taux des sorties du système est égal à celui des arrivées dans le système, soit encore $\mu = b$.

Puisque le nombre des bus qui quittent le système suit la loi de Poisson et qu'ils retournent dans le système après un temps θ , nous pouvons par ailleurs déduire que, tant que la station est occupée, les arrivées des unités dans le système suivent la loi de Poisson.

Si \bar{N}_s désigne le nombre moyen d'unités (bus) dans le système étudié, $m - \bar{N}_s$ est le nombre moyen d'unités qui ne sont pas dans le système [6], c'est-à-dire qui sont dans la source, celle-ci étant constituée des bus de la ligne considérée qui ont quitté le TFD. Puisque une unité qui quitte le système y retourne après un temps θ plus tard, nous en déduisons que le nombre moyen d'unités absentes du système peut aussi être calculé par $b\theta$. De ces deux formules désignant chacune le nombre moyen d'unités absentes du système, on déduit que $b = (m - \bar{N}_s) / \theta$.

Puisque les quantités μ et b sont des constantes durant la période de temps T , nous pouvons affirmer que le régime décrit est permanent pendant T . Puisqu'également un bus retourne dans le système un temps θ plus tard, nous dirons que le système d'attente décrit est fermé.

Ainsi, il y a coïncidence du phénomène d'attente étudié avec le modèle théorique de référence qui voit toutes ses hypothèses vérifiées. Par conséquent,

- Le taux moyen des arrivées b au TFD est égal au taux moyen des arrivées du modèle théorique; d'où $(m - \bar{N}_s) / \theta = \lambda(m - \bar{N}_s) = b$; d'où l'on tire

$$\lambda = 1/\theta.$$

- Le taux moyen de chargement des bus au TFD: $\mu = a/N$
- Intensité de trafic: $\psi = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{N}{a\theta}$
- Le nombre moyen d'unités qui ne sont pas dans le système $m - \bar{N}_s$ peut être calculé à l'aide de la formule du modèle théorique comme suit:

$$m - \bar{N}_s = \frac{1}{\psi} (1 - P_0) = \frac{a\theta}{N} (1 - P_0)$$

- Le temps d'attente moyen dans le système est donné par:

$$\bar{T}_s = \frac{N}{a} \left[\frac{m}{1 - P_0} - \frac{1}{\psi} \right]$$

- La condition de l'occupation permanente de la station est pratiquement justifiée par la présence permanente dans le système durant le régime permanent de la file d'attente de bus sans laquelle le modèle de régulation de la circulation des bus serait celui sans file d'attente au TFD. Théoriquement la probabilité

$$P_0 = \frac{1}{1 + \sum_{n=1}^m \frac{m!}{(m-n)!} \psi^n}$$

est nulle si $m \text{ tend } \infty$.

En pratique, lorsque le nombre m des bus exploitant la ligne de transport considérée est grand, la probabilité P_0 d'avoir zéro bus au TFD est négligeable et l'on peut valablement approximer le phénomène d'attente étudié par le modèle théorique de référence. Faisons remarquer que le nombre m , constant au cours d'une journée, peut varier d'un jour à l'autre suite aux nécessités d'entretien et de réparation ou à la décision des chauffeurs. C'est pourquoi, nous définirons un nombre minimal m de bus en circulation au cours d'une journée afin que la condition de l'occupation permanente de la station (TFD) soit assurée au moins à 99 %, c'est-à-dire $1 - P_0$ doit être égal au moins à 99%.

2.3 INCIDENCE FINANCIERE DU MODELE DE REGULATION DE LA CIRCULATION AVEC FILE D'ATTENTE DES BUS AU TFD

Le modèle théorique auquel le phénomène correspond montre que le temps moyen d'attente d'un bus dans le système au TFD est donné par la formule:

$$\bar{T}_s = \frac{1}{\mu} \left[\frac{m}{1 - P_0} - \frac{1}{\psi} \right]; \text{ cela signifie que, chaque fois qu'un bus arrive au TFD, il y restera pendant un temps moyen } \bar{T}_s.$$

Par ailleurs, pour qu'un bus effectue un tour complet et soit rempli de part et d'autre, il lui faudra un temps $\theta + \bar{T}_s$. Comme le système d'attente est permanent pendant la période de temps T , un bus fera pendant ce temps en moyenne $\frac{T}{\theta + \bar{T}_s}$ tours.

Appelons P le prix que doit payer une personne transportée et C le coût variable d'exploitation du bus pour un aller-retour. Le revenu net que son exploitant tirera après le temps T est en moyenne donné par: $\frac{T}{\theta + \bar{T}_s} (2NP - C)$.

2.4 DECONGESTION DU SYSTEME D'ATTENTE DES BUS AU TFD ET CONDITION D'OPTIMALITE

Pour répondre à la question posée dans l'introduction qui consiste à savoir si l'attente plus ou moins longue des bus au TFD est préjudiciable ou bénéfique à la réalisation d'un revenu maximum pour le véhicule, nous voulons examiner le modèle de régulation de la circulation des bus sans file d'attente au TFD. S'il n'y a donc pas de bus dans la file, la variable n désignant le nombre d'unités dans le système est nulle à tout instant. Dans ce cas, $\bar{N}_S = 0$ et les paramètres λ_n et μ_n du processus de naissance et de mort, sont tels que: $\lambda_n = \lambda$ et $\mu_n = 0$.

La nullité du taux de service est justifiée, car les bus n'attendent pas les passagers pour se remplir. Seul le taux des arrivées est non nul, car les bus continuent à arriver au TFD. Or $\lambda = 1/\theta$, en conséquent $b = m/\theta$. Ce taux des arrivées b est une constante. Son inverse, θ/m , définit l'intervalle de temps entre deux arrivées des bus au TFD. Cependant, les arrivées des personnes au TFD demeurant poissonniennes de moyenne a par unité de temps, le nombre moyen des personnes \bar{N} arrivées au TFD durant l'intervalle de temps θ/m est donc $\bar{N} = a\theta/m$. Ainsi, \bar{N} définit le nombre moyen des personnes qu'un bus trouve et transporte au TFD chaque fois qu'il y passe.

Déterminons ensuite le revenu du transport pour un bus pendant la période de temps T . Comme dorénavant le temps moyen d'attente d'un bus au TFD, $\bar{T}_S = 0$, le nombre de tours à effectuer durant cette période T devient T/θ . Par tour le revenu moyen réalisé est donc $NP + \bar{N}P - C$. Par conséquent, le revenu de l'exploitant pendant la période de temps T est donné par:

$$\frac{T}{\theta}(NP + \bar{N}P - C)$$

Dès lors, la condition d'optimalité du modèle de décongestion proposé est d'avoir l'inégalité suivante vérifiée:

$$\frac{T}{\theta}(NP + \bar{N}P - C) > \frac{T}{\theta + \bar{T}_S}(2NP - C)$$

Pratiquement, l'exploitant vérifiera si le prix de transport pratiqué est au-dessus d'un certain seuil en deçà duquel la condition d'optimalité du modèle de décongestion ne peut être assurée. Ainsi, de l'inégalité ci-dessus, on en tire:

$$P > \frac{C\bar{T}_S}{(N+\bar{N})(\theta+\bar{T}_S)-2\theta N} = Q$$

Cela signifie que le modèle de régulation de la circulation des bus sans file d'attente de ceux-ci au TFD est beaucoup plus rentable pour le transporteur si le prix P pratiqué est supérieur à la quantité Q de droite de la dernière inégalité ci-haut.

Signalons aussi que Q peut être ramené en une fonction en m (nombre de bus sur une ligne) et s'écrire

$$Q = \frac{CNm - Ca\theta(1-P_0)}{N^2m + a\theta N - 2a\theta N(1-P_0)}$$

Etant donné que, pour maintenir une présence permanente des bus au TFD exigée par le modèle théorique, la probabilité P_0 doit être très négligeable et par conséquent $1 - P_0 \cong 1$, ce qui est possible lorsque m est grand, alors Q peut être ramenée à $Q = \frac{CNm - Ca\theta}{N^2m - a\theta N} = \frac{C}{N}$. L'on peut donc réaliser que Q tend vers $\frac{C}{N}$ lorsque $m \rightarrow \infty$. Dès lors, l'on peut aisément interpréter que la quantité Q est le coût variable d'exploitation d'un véhicule rempli pour un aller-retour imputable à chaque passager. Ainsi, chaque fois que le prix d'une course à payer par les passager dépasse le coût variable d'exploitation du véhicule imputable à chacun d'eux, alors il est économiquement beaucoup plus préférable que les véhicules sur cette ligne n'attendent pas au TFD pour faire le plein, mais qu'ils partent immédiatement décongestionner l'autre terminus où beaucoup de personnes les attendent.

2.5 CONTEXTE

La ville de Lubumbashi comporte sept communes parmi lesquelles la commune de Lubumbashi qui se trouve à peu près au centre de la ville et la commune Annexe à son pourtour. La carte géographique ci-après permet de situer toutes les communes de Lubumbashi, les unes par rapport aux autres.

- Une ligne de transport de la ville au Centre de Recherche Agro-alimentaire (CRAA) longue de 7,032 Km;
- Deux lignes de transport de la ville à la Kasapa Campus universitaire et de la ville à la Kasapa jusqu'au marché Moïse longues respectivement de 6,012 km et 8,156 km;
- Deux lignes de transport de la ville au Golf Météo et de la ville au Golf Plateau longues respectivement de 11,615 km et 8,201 km;
- Deux lignes de transport de la ville à la Gécamines jusqu'au péage et de la ville à la Gécamines jusqu'à l'école Kisima longues respectivement de 6,981 km et 7,505 km;
- Deux lignes de transport de la ville au quartier Kalubwe double poteau et de la ville au Quartier Kalubwe passant par l'avenue des écoles longues respectivement de 5,187 km et 8,007 km;
- Deux lignes de transport de la ville au quartier Kilobelobe passant par le tunnel et de la ville au Quartier Kilobelobe passant par le Camp Vangu longues respectivement de 7,639 km et 8,031 km;
- Deux lignes de transport de la ville au quartier Bel air Mazout et de la ville au quartier Bel air Kaleja longues respectivement de 3,376 km et 3,693 km;
- Une ligne de transport de la ville au quartier Bongonga longue de 4,833 km;
- Une ligne de transport de la ville au quartier Taba Congo longue de 3,595 km;
- Une ligne de transport de la ville au quartier Golf Maisha longue de 9,067 km;
- Une ligne de transport de la ville à l'Arrêt Gecamines-Matshipisha longue de 4,019 km;
- Une ligne de transport de la ville au quartier Kalubwe passant par l'avenue du 30 juin longue de 3,798 km;
- Une ligne de transport de la ville au quartier Kawama sur la route Likasi longue de 18,358 km;
- Une ligne de transport de la ville au quartier Hewa Bora longue de 7,852 km;
- Une ligne de transport de la ville au quartier Congo passant par l'avenue Kiwele longue de 5,837 km;
- Une ligne de transport de la ville au Carrefour Texaco longue de 4,462 km.

Les automobiles qui exploitent les différentes lignes de transport sont de marque Toyota Hiace utilisant l'essence et pouvant transporter à bord au total vingt-deux personnes, le chauffeur et le receveur compris. Actuellement, la course vaut 500 FC par personne transportée.

La partie « Résultats » concerne les quatre lignes de transport suivantes choisies comme prototypes. Il s'agit de:

- La ligne « ville- Ruashi jusqu'au château d'eau »;
- La ligne « ville-CRAA »;
- La ligne « ville-Kisanga » partant de la ville à la Gécamines jusqu'à l'ancienne station de péage au quartier Kisanga;
- La ligne « ville-Kisima » partant de la ville à la Gécamines jusqu'à l'école Kisima.

Le nombre des bus Hiace ayant souscrit d'exploiter ces lignes de transport à la Division urbaine de transport, le temps de parcours aller-retour sur chaque ligne et la dépense en carburant correspondante sont indiqués dans le tableau I ci-après:

Tableau 1. Données relatives aux bus Hiace exploitant les lignes de transport retenues

	Ville- Ruashi	Ville-Kisanga	Ville- CRAA	Ville- Kisima
Nombre de bus	90	55	60	40
Temps de parcours par tour (θ)	49 minutes	42 minutes	40 minutes	41 minutes
Dépense en carburant par tour (C)	3500 FC	3000 FC	2860 FC	2900 FC

3 RESULTATS

Tableau 2. Distribution du nombre des passagers qui entrent par minute dans un bus

Nombre d'entrées par minute	Fréquences par ligne de transport retenue			
	Ville- Ruashi	Ville-Kisanga	Ville- CRAA	Ville- Kisima
0	12	48	0	33
1	62	100	19	71
2	83	87	47	100
3	71	85	30	77
4	73	42	42	71
5	32	15	66	26
6	14	10	54	12
≤ 7	19	8	126	12
Total	366	395	384	402
Moyenne d'entrées par minute	3,03	2,25	4,97	2,67

Les distributions des fréquences contenues dans ce tableau ont été établies sur base de l'observation faite au TFD de chaque ligne de transport considérée. Pendant les heures de pointe entre 6H00 et 8H30', posté à l'un des TFD situés au centre-ville et muni d'un chronomètre, un observateur venait enregistrer au cours de six derniers jours du mois de février 2020 les entrées par minute des passagers dans le bus de transport en commun désigné selon la règle « FIFO ».

Tableau 3. Vérification d'ajustement des distributions de fréquences ci-dessus à la loi de Poisson

k	Ville-Ruashi				Ville-Kisanga			
	n_k	$\frac{3,03^k}{k!} e^{-3,03}$	$f_k = 366P_k$	$\frac{(n_k - f_k)^2}{f_k}$	n_k	$\frac{2,25^k}{k!} e^{-2,25}$	$f_k = 395P_k$	$\frac{(n_k - f_k)^2}{f_k}$
0	12	0,0483	17,68	1,82	48	0,1054	41,63	0,97
1	62	0,1464	53,58	1,32	100	0,2371	93,65	0,43
2	83	0,2218	81,18	0,04	87	0,2668	105,39	3,21
3	71	0,2240	81,98	1,47	85	0,2001	79,04	0,45
4	73	0,1697	62,11	1,92	42	0,1126	44,47	0,14
5	32	0,1028	37,62	0,84	15	0,0506	19,99	1,25
6	14	0,0519	19,00	1,32	10	0,0190	7,51	0,83
≤ 7	19	0,0351	12,85	2,94	8	0,0084	3,32	6,60
	366	1,0000	366	$\chi_c^2 = 11,67$	395	1,0000	395	$\chi_c^2 = 13,88$
k	Ville-CRAA				Ville-Kisima			
	n_k	$\frac{4,97^k}{k!} e^{-4,97}$	$f_k = 384P_k$	$\frac{(n_k - f_k)^2}{f_k}$	n_k	$\frac{2,67^k}{k!} e^{-2,67}$	$f_k = 402P_k$	$\frac{(n_k - f_k)^2}{f_k}$
0	0	0,0069	2,65	2,65	33	0,0693	27,86	0,95
1	19	0,0345	13,25	2,50	71	0,1849	74,33	0,15
2	47	0,0858	32,95	5,99	100	0,2468	99,21	0,01
3	30	0,1421	54,56	11,01	77	0,2197	88,32	1,45
4	42	0,1765	67,77	9,80	71	0,1466	58,93	2,47
5	66	0,1755	67,39	0,03	26	0,0783	31,48	0,95
6	54	0,1453	55,80	0,06	12	0,0348	13,99	0,28
≤ 7	126	0,2334	89,63	14,77	12	0,0196	7,88	2,15
	384	1,0000	384	$\chi_c^2 = 46,81$	402	1,0000	402	$\chi_c^2 = 8,41$

Vu les valeurs de χ^2 des distributions de fréquences déterminées dans le tableau III et l'intervalle de pari à 95% du χ^2 à 7 degrés de liberté ($IP_{95\%} = [0 - 14,07]$), seule la distribution de fréquences des entrées des personnes dans les bus au TFD sur la ligne ville-CRAA ne s'ajuste pas à la loi de Poisson. Pour les autres lignes ville-Ruashi, ville-Kisanga et ville-Kisima, les distributions des fréquences des entrées des personnes à leurs terminus au centre-ville s'ajustent à la loi de Poisson de moyennes respectives 3,03; 2,25 et 2,67.

Tableau 4. Recherche du nombre m des bus pour une occupation de la station à au moins 99%

m	Ville-Ruashi		Ville-Kisanga		Ville-Kisima	
	$a = 3,03; N = 20; \theta = 49 \text{ minutes}$ $\psi = N/a\theta = 0,135$		$a = 2,25; N = 20; \theta = 42 \text{ minutes}$ $\psi = N/a\theta = 0,212$		$a = 2,67; N = 20; \theta = 41 \text{ minutes}$ $\psi = N/a\theta = 0,183$	
	$P_0 = 1 / (1 + \sum_{k=1}^m \frac{m! \psi^k}{(m-k)!})$	$1 - P_0$	$P_0 = 1 / (1 + \sum_{k=1}^m \frac{m! \psi^k}{(m-k)!})$	$1 - P_0$	$P_0 = 1 / (1 + \sum_{k=1}^m \frac{m! \psi^k}{(m-k)!})$	$1 - P_0$
1	0,881	0,119	0,825	0,175	0,845	0,155
2	0,765	0,235	0,661	0,339	0,698	0,302
3	0,654	0,346	0,509	0,491	0,560	0,440
4	0,548	0,452	0,375	0,625	0,433	0,567
5	0,448	0,552	0,261	0,739	0,321	0,679
6	0,356	0,644	0,171	0,829	0,226	0,774
7	0,274	0,726	0,103	0,897	0,150	0,850
8	0,202	0,798	0,057	0,943	0,093	0,907
9	0,143	0,857	0,029	0,971	0,053	0,947
10	0,096	0,904	0,014	0,986	0,036	0,964
11	0,060	0,940	0,006	0,994	0,014	0,986
12	0,036	0,964			0,006	0,994
13	0,020	0,980				
14	0,011	0,989				
15	0,005	0,995				

D'après le tableau IV, l'occupation permanente au TFD est assurée à plus de 99% lorsque circulent sur les lignes Ville-Ruashi, ville-Kisanga et ville-Kisima respectivement au moins 15; 11 et 12 bus de transport en commun.

Tableau 5. Calcul du coût variable d'exploitation imputable à chaque passager

Lignes de De transport	Taux moyen μ De chargement au TFD	Temps moyen \bar{T}_S d'attente au TFD	Nombre moyen de personnes \bar{N}	Coût variable d'exploitation imputable à chaque passager	Coût variable limite
	$\mu = a/N$	$\bar{T}_S = \frac{1}{\mu} \left[\frac{m}{1 - P_0} - \frac{1}{\varphi} \right]$	$\bar{N} = a\theta/m$	$Q = \frac{C\bar{T}_S}{(N + \bar{N})(\theta + \bar{T}_S) - 2\theta N}$	C/N
Ville-Ruashi	0,1515	50,61	9,90	173,95	175
Ville-Kisanga	0,1125	56,44	8,59	149,26	150
Ville-Kisima	0,1335	49,50	9,12	144,22	145

Le tableau V reprend les paramètres intervenant dans le calcul du coût variable d'exploitation Q imputable à chaque passager transporté dans le bus sur une ligne de transport. Les coûts variables Q sont très peu différents de leurs limites calculées par la formule C/N. Ils seront comparés au prix P payé pour une course.

4 DISCUSSION

4.1 DISTRIBUTIONS DES FREQUENCES DES ENTREES DES PERSONNES DANS LES BUS ET VERIFICATION DE LEUR AJUSTEMENT À LA LOI DE POISSON

Les distributions des fréquences des entrées des passagers dans un bus au TFD, établies au tableau II sur base d'une enquête observationnelle, ont été testées au tableau III pour vérifier leur ajustement à la loi de Poisson grâce au test de khi-carré. Seule, la distribution des entrées des personnes dans les bus au TFD de la ligne ville-CRAA, avec une moyenne des entrées à la minute d'à peu près 5 personnes, ne s'ajuste pas à la loi de Poisson. En conséquence, au TFD de cette ligne, le système d'attente des bus ne répond pas au modèle théorique de référence : il est donc prudent pour les bus sur cette ligne de faire le plein à chaque terminus avant d'aller à l'autre terminus d'autant plus qu'il a été observé de part et d'autre de cette ligne une file d'attente des bus pendant les heures de pointe.

Sur les autres lignes, ville-Ruashi, ville-CRAA et ville-Kisima, leurs distributions respectives des entrées des personnes dans les bus à leurs TFD, de moyennes 3,03; 2,25 et 2,67, s'ajustent à la loi de Poisson. Ce résultat, attendu, confirme les conditions d'utilisation de la loi de Poisson [8] dont notamment la condition selon laquelle cette loi intervient chaque fois que, sur un échantillon de grande taille, on étudie le nombre de fois que se produit un événement de faible probabilité [9]. Les entrées poissonniennes des bus au TFD sont une condition sine qua non pour que les processus d'attente des bus à ces terminus correspondent au modèle mathématique de référence.

4.2 NOMBRE MINIMUM DES BUS SUR UNE LIGNE DE TRANSPORT SUSCEPTIBLE D'ASSURER UNE OCCUPATION PERMANENTE AU TFD

Le tableau IV permet de choisir le nombre m des bus à aligner sur une ligne de transport de telle sorte que la probabilité qu'il y ait au moins un bus au TFD soit égale à $1 - P_0$. Pour une présence quasi-permanente des bus au TFD, il est préférable que cette probabilité soit au moins égale à 99%. Ainsi, le nombre m minimum des bus susceptibles d'assurer une occupation quasi-permanente au TFD situé au centre-ville pendant les heures de pointe est de 15 bus sur la ligne ville-Ruashi, 11 bus sur la ligne ville-Kisanga et 12 bus sur la ligne ville-Kisima. Ainsi, l'occupation au TFD de ces différentes lignes sera assurée successivement à 99,5%, 99,4% et 99,4%. La présence permanente des bus au TFD est une condition sine qua non, non seulement de l'existence de la file d'attente des bus pendant les heures de pointe (de 6H à 8H30), mais aussi pour qu'il ait coïncidence du phénomène d'attente des bus à ce terminus au modèle théorique de référence.

4.3 CHOIX DU MODELE DE REGULATION DE LA CIRCULATION DES BUS

Ce choix doit être opéré grâce au coût variable d'exploitation Q du véhicule déterminé au tableau V. Les quantités Q sont égales à 173,95 sur la ligne ville-Ruashi, 149,26 sur la ligne ville-Kisanga et 144,22 sur la ligne ville-Kisima: le prix de transport officiel de 500 FC appliqué sur chaque ligne étant supérieur à ces quantités Q , nous admettons que le modèle de régulation de la circulation sans attente des bus au centre-ville pour faire le plein est donc plus rentable pour les transporteurs et permettra en même temps à la foule des personnes entassées aux quartiers périphériques d'arriver à temps au centre-ville. Signalons que la quantité Q a été déterminée avec le nombre minimum de 15, 11 et 12 bus devant circuler sur les lignes respectives considérées pour assurer une permanence de plus de 99% au TFD. Cependant, les nombres des bus ayant souscrit de desservir chaque jour ces lignes à la Division urbaine de transport sont respectivement 90, 55 et 40. Les coûts variables d'exploitation limites correspondants à comparer au prix de la course sont successivement 175, 150 et 145. Chacun d'eux étant inférieur au prix de 500 FC, le meilleur modèle est donc toujours celui de régulation de la circulation sans attente des bus à leurs TFD situés au centre-ville.

Les résultats d'une étude analogue menée en 1998 sur la ligne ville-Ruashi ont aussi révélé qu'il était préférable pour les exploitants des bus MITSUBISHI-ROSA et TOYOTA-COASTER de ne pas se mettre en file au centre-ville pour faire le plein pendant qu'à la Ruashi en ce moment, une foule nombreuse de personnes attendait les bus pour partir en ville [1]. Les contextes de la présente et de l'ancienne étude sont différents. En effet, pour l'ancienne étude, la durée de la période de pointe fut de 3H30; un véhicule mettait 23 minutes pour faire un aller-retour sur la ligne ville-Ruashi; la capacité maximale du bus était de 36 personnes; le prix de la course était de 100 zaïres et le nombre des bus par jour sur la ligne était d'au moins 6. Si actuellement, les bus TOYOTA HIACE font un aller-retour en 49 minutes, c'est puisque certains tronçons de la route sont en mauvais état et le phénomène d'embouteillage a fait surface. Les contextes différents de ces deux études reflètent l'évolution socio-économique de la ville de Lubumbashi caractérisée par l'explosion démographique de la population, la surabondance du parc automobile dans la ville et la création de nombreuses sociétés minières et de sous-traitance.

5 CONCLUSION

Cette étude avait pour objet de comparer deux modèles de régulation de transport en commun en milieu urbain afin de montrer qui en est le meilleur sur le plan économique et/ou social. En effet, il a été question de savoir s'il est plus bénéfique aux exploitants des véhicules des transports en commun d'attendre plus ou moins longtemps à un terminus de la ligne qu'ils desservent jusqu'à remplir le véhicule pendant qu'à l'autre bout de la ligne une foule nombreuse des personnes attend les bus.

Pour mener cette étude, nous avons montré que le phénomène d'attente des bus à un terminus correspond à un modèle mathématique des files d'attente. Cela nous a permis d'exprimer l'incidence financière de ce modèle de régulation de la circulation des bus sur une ligne de transport. Nous l'avons ensuite comparé sur le plan financier à un autre modèle de régulation de la circulation des bus dans lequel ceux-ci n'attendent pas les gens au terminus où ces derniers arrivent en petits nombres pendant qu'à l'autre terminus attend une foule nombreuse des personnes.

L'étude a été menée sur quatre lignes de transport, à savoir ville-Ruashi, ville-Kisanga, ville-Kisima et ville-CRAA. En raison des entrées des personnes dans les bus non régies par la loi de Poisson au TFD de la ligne ville-CRAA, le phénomène d'attente des bus à ce terminus ne correspond pas au modèle théorique de référence. Etant donné la présence de la file d'attente des bus à chacun des terminus de cette ligne, il est beaucoup plus prudent financièrement parlant que les bus fassent le plein à chaque terminus de la ligne. Sur les trois autres lignes de transport considérées, le test d'optimalité indique que le modèle de régulation de la circulation où les bus ne font pas la queue au TFD pour faire le plein est financièrement le meilleur. Il est aussi socialement le meilleur modèle, car il permet aux personnes qui sont dans les parties périphériques de la ville d'arriver à temps à l'école, au travail, pour les affaires, les problèmes de santé ou pour d'autres raisons à caractère social.

Signalons que la réalité étudiée est complexe et n'a pas été cernée de manière précise par le modèle mathématique dont les hypothèses qui le sous-tendent n'en sont qu'une approximation. La représentation de processus de files d'attente par des modèles mathématiques très fidèles n'est pas souvent réalisable, mais l'important en recherche opérationnelle est d'obtenir des solutions opérationnelles susceptibles d'orienter vers des décisions concrètes valables (10). Notre objectif est d'aider non seulement les nombreux exploitants des transports en commun à mieux gérer leur temps, mais aussi les populations des villes des pays en voie de développement dont les déplacements pour leur survie dépendent essentiellement de ces transports en commun.

REFERENCES

- [1] Sumba C.L. Essai d'une approche optimale de l'exploitation des transports en commun du secteur privé en milieu urbain au Zaïre (Cas des bus Mistsubishi et Coaster sur la ligne Ruashi-Lubumbashi. Les Annales de l'Institut Supérieur de Statistique de Lubumbashi, N° 5, pp. 1-21, 1998.
- [2] Ministère des Transports et Voies de Communications. Arrêté ministériel N° 409/CAB/MIN/TVC/0012/2007. Journal officiel de la République Démocratique du Congo, N° 16; 2007; Article 2. [Online] <http://www.transports.gouv.ci/>.
- [3] Anonyme. Transport en Afrique: Synthèse et conclusions de l'étude relative aux dysfonctionnements des transports urbains et à la pollution de l'air à Dakar. 1999. [Online] <http://documents.worldbank.org>.
- [4] Giorgi F. Prise en compte des transports en commun de surface dans la modélisation macroscopique de l'écoulement du trafic. Thèse, Institut National des sciences appliquées de Lyon; 2002. [Online] <http://theses.insa-lyon.fr>.
- [5] Kaufmann A. Méthodes et modèles de la recherche opérationnelle. Tome 1, Dunod, Paris, 1970.
- [6] Desbazeille G. Exercices et problèmes de recherche opérationnelle. 2ème édition, Dunod, Paris, 1976.
- [7] Teghem J. Recherche opérationnelle, Gestion de production, Modèles aléatoires, Aide multicritère. Tome 2, Ellipses Edition Marketing S.A., 2013, p. 275.
- [8] Ancelle T. Statistique épidémiologique. 3ème édition, Maloine, 2015, p. 51.
- [9] Milan P. Cours de probabilités terminales. Pour aller plus loin. 2014, p. 29. [Online] <http://www.lyceedadultes.fr>.
- [10] Lee A.M. Les files d'attente, théorie et applications. Dunod, Paris, 1970.