International Journal of Innovation and Applied Studies
ISSN 2028-9324 Vol. 41 No. 2 Dec. 2023, pp. 580-587

http://www.ijias.issr-journals.org/

Vérification de la loi de fourrier dans la conduction thermique des métaux: Etude expérimentale

[Verification of Fourier's law in heat conduction of metals: Experimental study]

Alphonse Djesse Mambu Tufukama[1], Faustine Mafuta Mele[2], and Pierre Mbongompasi Mabe[3]

[1]Professeur, Université Pédagogique Nationale (UPN), Kinshasa, RD Congo

[2]Doctorant, Université Pédagogique Nationale (UPN), Kinshasa, RD Congo

[3]Doctorant, Institut Supérieur des Techniques Appliquées (ISTA), RD Congo

ABSTRACT: Heat always spread from the hottest part of a solid (high temperature) to the cold part (low temperature). However, the increase heat in this propagation decreases according to the influence of temperature variation along the surface and not according to the variation between the two points.

KEYWORDS: Heat tranfer, thermic variation, temperature gradient, metals, heat quantity.

RESUME: Dans les corps solides, la chaleur se propage toujours du point le plus *chaud* du solide (à hautes températures) au point le plus *froid* (à basses températures). Mais le flux de la chaleur transmise dans cette propagation décroissante est fonction de l'influence de la variation de la température le long de la surface et non de sa variation entre les deux points extrêmes.

MOTS-CLEFS: Transfert de la chaleur, variation thermique, gradient de température, métaux, quantité de chaleur.

1 INTRODUCTION

Le mécanisme de transfert de la chaleur dépend fortement de la température: en conduction et convection, cette dépendance met en jeu principalement les différences de température et peu le niveau de température. Par contre en rayonnement, l'importance des échanges est fortement liée au niveau de la température. Pour les solides homogènes où le seul phénomène est la conduction, la conductivité thermique dépend du matériau et varie avec la température. La conduction ne peut exister que s'il existe des écarts de températures. Lorsqu'on chauffe l'une des extrémités d'une barre métallique, la chaleur se transmet par conduction à l'autre extrémité plus froid. En 1822, le mathématicien français Joseph Fourier avait donné une précision mathématique de la conduction selon laquelle la vitesse à laquelle la chaleur est conduite dans un corps par unité de section est proportionnelle au gradient de la température du corps. Autrement dit: *la densité de flux est proportionnelle au gradient de la température.* Cette hypothèse étant phénoménologique, elle permet de décrire efficacement des phénomènes observés. Mais la quantité de chaleur à travers une barre métallique par unité de temps est-elle liée à la variation de la température ou à celle du gradient de la température ?

Cette étude se propose de vérifier quantitativement l'hypothèse de Fourier en formulant les hypothèses suivantes:

1. Le transfert de la chaleur dans les métaux vérifie la loi de Fourier.
2. Le transfert de la chaleur n'est pas fonction de la variation de la température.

2 ASPECT QUALITATIF

2.1 NOTION

La chaleur se propage toujours du corps le plus *chaud* au corps le plus *froid* càd la chaleur s'écoule des *hautes* températures vers les *basses* températures, sous l'influence d'un gradient de température (variation de la température le long de la surface).

La quantité de chaleur transmise sur une surface par unité de temps est le **flux de chaleur.**

$$\emptyset = \frac{dQ}{dt}$$

La théorie de la conduction repose sur l'hypothèse de Fourier: *la densité de flux est proportionnelle au gradient de la température:*

$$\varphi \sim \text{grad.T}$$

(et non à la variation de la température car l'énergie diffuse en se transmettant par collision successive et non en ligne droite).

La *densité de flux de chaleur* est la quantité de chaleur transmise par unité de temps et par unité d'aire de surface:

$$\varphi = \frac{1}{S}\,\frac{dQ}{dt} = \frac{1}{S}\,\Phi$$

Le flux transmis est:

$$\Phi = -\,\lambda.\,S.\,\text{grad.}\,(T) \text{ ou } \Phi = -\,\lambda.\,S.\,\frac{\partial T}{\partial x}$$

Le gradient de la température représente la *baisse* de la température par unité de longueur:

$$\text{grad.}\,(T) = \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T_2 - T_1}{L}$$

La quantité de chaleur ΔQ transférée d'une face à l'autre, pendant un intervalle de temps Δt est proportionnelle à l'aire S et au gradient de température.

La conduction est:

$$H = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\lambda.S.\frac{T_2 - T_1}{L}$$

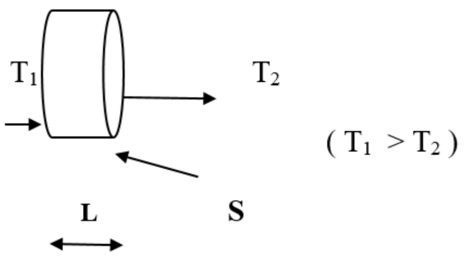


Fig. 1. Conducteur métallique

- *S* est l'aire de la section de passage du flux
- *L* est la variable d'espace dans la direction dd flux.
- λ: coefficient de conductibilité (*conductivité*) thermique ou conductibilité thermique (caractéristique du corps conducteur qui est l'aptitude d'un matériau à propager l'énergie microscopique). Elle représente la quantité de chaleur transmise par unité de temps à travers l'unité d'aire et normale à la surface, pour un gradient de température unitaire ou l'aptitude d'un matériau conducteur à transmettre la chaleur.

Le signe (-) traduit le fait que la chaleur va vers les températures décroissantes: de la température la plus élevée vers la température la moins élevée.

Unités:

λ en W/m K ou J/ m. s.°C ou cal/s.cm.°C

La loi de Fourier donne la relation entre la quantité de chaleur qui traverse une section perpendiculaire à la direction de propagation OX pendant l'intervalle de temps dt et le gradient de la température.

2.2 EQUATION DE LA PROPAGATION DE LA CHALEUR LE LONG D'UNE BARRE

Considérons un élément de la barre $x_2 - x_1 = \Delta x$ et T (x, t) la température dans la section de la barre d'abscisse x à l'instant t.

Selon Fourier

$$\Phi = - \lambda.\ S.\ \frac{\partial T}{\partial x}$$

La quantité de chaleur passant de la section d'abscisse x_1 et x_2 au cours du temps Δt

$$\Delta Q_1 = - \lambda \frac{\partial T}{\partial x}_{x=x1}\ S\ \Delta t\ \Delta Q_2 = - \lambda \frac{\partial T}{\partial x}_{x=x2}\ S\ \Delta t$$

En appliquant le théorème de Lagrange à la différence ($\frac{\partial T}{\partial x}_{x=x1} - \frac{\partial T}{\partial x}_{x=x2}$) l'apport de la chaleur

$$\Delta Q_1 - \Delta Q_2 \approx \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \Delta x\ S\ \Delta t\ (\Delta x\ S = \Delta V)$$

Cet apport est dépensé pour élever la température de la quantité ΔT:

$$\rho\ \Delta V\ c\ \Delta T = \rho\ c \Delta x\ S \frac{\partial T}{\partial t}\ \Delta t.$$

On obtient:

$$\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \Delta x\ S\ \Delta t = \rho\ c \Delta x\ S \frac{\partial T}{\partial t}\ \Delta t$$

D'où:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{c\rho}\ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \text{ ou } \frac{\partial T}{\partial t} = a^2\ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

Équation de propagation de la chaleur

La solution de cette équation vérifie les conditions aux limites suivantes:

- T (x, 0) = $\varphi(x)$
- T (0, t) = Ψ_1 (t)
- T (l, t) = Ψ_2 (t)

Telles qu'aux extrémités de la barre pour x=0 et x=l, on maintient une température Ψ_1 (t) et Ψ_2 (t).

Donc les deux extrémités sont chaudes: la chaleur s'est propagée.

A trois dimensions:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a^2\ \Delta T$$

3 ASPECT QUANTITATIF

La conduction thermique caractérise le transfert de chaleur d'un corps à un autre en contact physique avec le premier. Elle repose uniquement sur des vibrations d'atomes qui se transmettent de proche en proche ou sur la transmission d'électrons libres. La loi de Fourier traduit la relation existante, en chaque point d'un corps, entre le flux thermique et le gradient de température.

Cette étude se propose de vérifier cette hypothèse de façon expérimentale, avec des valeurs quantitatives.

3.1 MÉTHODOLOGIE

La procédure consiste à prélever les différentes valeurs de la température avec les deux thermomètres par la calorimétrie en variant l'épaisseur de la tige

3.2 DESCRIPTION DES MATÉRIELS

- Deux tiges métalliques en Cu et en Fe
- Deux calorimètres de valeur en eau 37,5 cal/°C.
- Un bécher pour mesurer la quantité d'eau
- Un agitateur
- Des thermomètres
- Un générateur
- Un chronomètre
- Des supports métalliques
- Un thermoplongeur
- Des thermocouples

EXPÉRIENCE AVEC LA TIGE DE CUIVRE

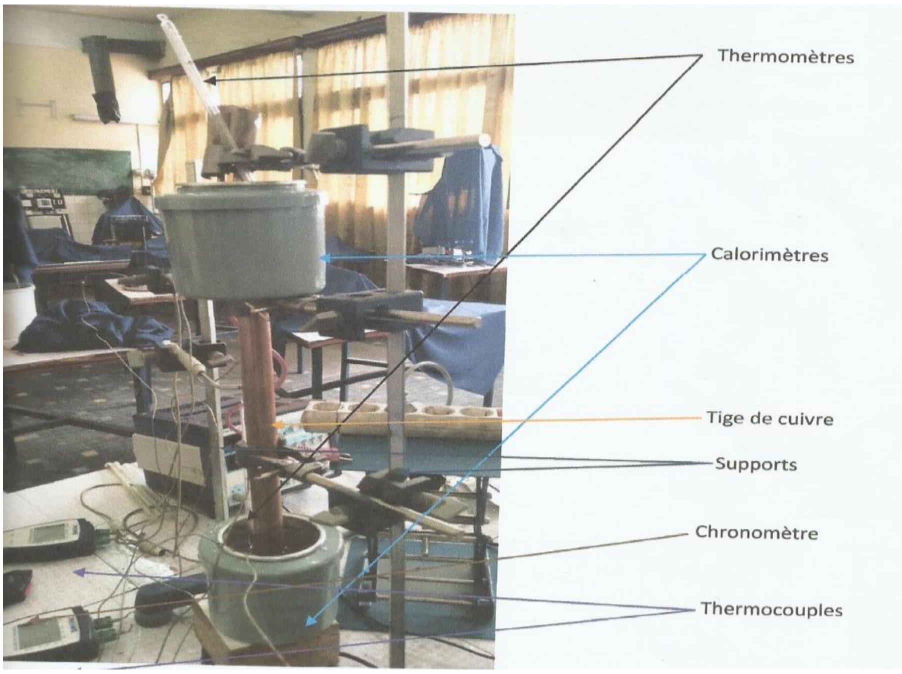


Photo 1: Montage expérimental avec la tige de cuivre

Photo 2: Tige expérimentale de cuivre

EXPÉRIENCE AVEC LA TIGE DE FER

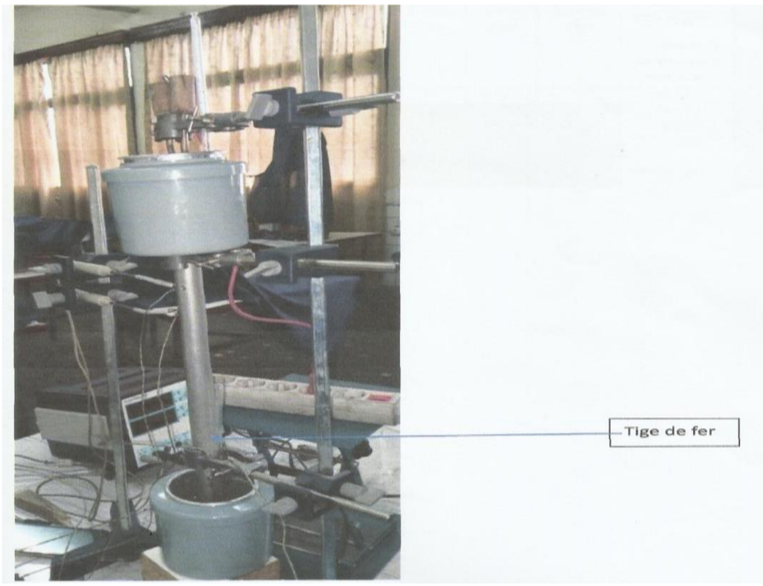


Photo 3: Montage expérimental avec la tige de fer

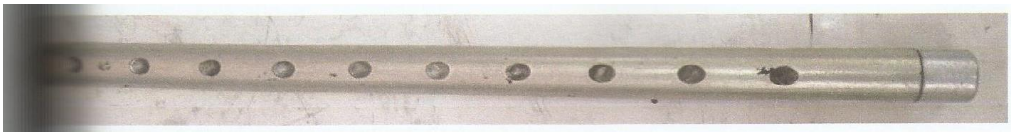


Photo 4: Tige expérimentale de fer

3.3 MANIPULATION

QUELQUES DONNÉES

- Quantité d'eau dans le calorimètre: $\pm$ 400 ml
- Longueur totale de la tige: $\pm$ 42,2 cm
- Diamètre de la tige: $\pm$ 2,7 cm
- S de la tige: $\pm$ 5,7 cm^2
- L'intervalle de temps: 5 minutes

LES RÉSULTATS

POUR LA TIGE EN CU

Pour l'épaisseur de 3,5 cm

Tableau 1. Températures de la tige de cuivre de 3,5 cm d'épaisseur

Expérience	T_i (°C) tige	T_f (°C) tige	ΔT (°C) tige	$\nabla T=\frac{T_2-T_1}{\Delta L}$ K cm^{-1}	φ K s cm^{-2}
1	49,5	39,9	9,6	80,74	23,068
2	59,7	50,9	8,8	80,51	23,003
3	62,9	55	7,9	80,26	22,931
4	64,1	56	8,1	80,31	22,946

On remarque une homogénéité des résultats car les écarts types sont faibles.

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{4} (X_i - \bar{X})^2}{4}} = 0{,}0269 \text{ pour } \varphi$$
$$= 0{,}0946 \text{ pour } \nabla T$$

Les valeurs moyennes:

$\varphi = 22{,}987$ J s^{-1} cm^{-2}
$\nabla T = 80{,}45$ K cm^{-1}

Pour l'épaisseur de 7 cm

Tableau 2. Températures de la tige de cuivre de 7 cm d'épaisseur

Expérience	T_i (°C) tige	T_f (°C) tige	ΔT (°C) tige	$\nabla T = \frac{T_2 - T_1}{\Delta L}$ K cm^{-1}	φ K s cm^{-2}
1	50,9	38,7	12,2	40,74	5,82
2	59,1	47,5	11,6	40,66	5,80
3	62,2	51,5	10,7	40,53	5,79
4	63,5	53,5	10	40,43	5,77

Les valeurs moyennes:

$\varphi = 5{,}795$ J s^{-1} cm^{-2}
$\nabla T = 40{,}59$ K cm^{-1}

Pour l'épaisseur de 10,5 cm

Tableau 3. Températures de la tige de cuivre de 10,5 cm d'épaisseur

Expérience	T_i (°C) tige	T_f (°C) tige	ΔT (°C) tige	$\nabla T = \frac{T_2 - T_1}{\Delta L}$ K cm^{-1}	φ K s cm^{-2}
1	49,6	36,4	13,2	27,26	2,596
2	59,3	42,5	16,8	27,60	2,628
3	62,2	50,1	12,1	27,15	2,585
4	63,7	52	11,7	27,11	2,582

Les valeurs moyennes:

$\varphi = 2{,}598$ J s^{-1} cm^{-2}
$\nabla T = 27{,}28$ K cm^{-1}

POUR LA TIGE EN FE

Pour l'épaisseur de 3,5 cm

Tableau 4. Températures de la tige de fer de 3,5 cm d'épaisseur

Expérience	T_i (°C) tige	T_f (°C) tige	ΔT (°C) tige	$\nabla T = \frac{T_2 - T_1}{\Delta L}$ K cm^{-1}	φ K s cm^{-2}
1	28,5	28,4	0,1	78,02	22,29
2	28,7	28,6	0,1	78,02	22,09
3	29,2	29	0,2	78,06	22,30
4	29,9	29,7	0,2	78,06	22,30

Les valeurs moyennes:

φ= 22,295 J s^{-1} cm^{-2}
∇T = 78,04 K cm^{-1}

Pour l'épaisseur de 7 cm

Tableau 5. Températures de la tige de fer de 7 cm d'épaisseur

Expérience	T_i (°C) tige	T_f (°C) tige	ΔT (°C) tige	$\nabla T = \frac{T_2 - T_1}{\Delta L}$ K cm^{-1}	φ K s cm^{-2}
1	28,6	28,2	0,4	39,05	5,578
2	29	28,6	0,4	39,05	5,578
3	29,3	29,2	0,1	39,01	5,572
4	30,1	30	0,1	39,01	5,572

Les valeurs moyennes:

φ= 5,575 J s^{-1} cm^{-2}
∇T = 39,03 K cm^{-1}

Pour l'épaisseur de 10,5 cm

Tableau 6. Températures de la tige de fer de 10,5 cm d'épaisseur

Expérience	T_i (°C) tige	T_f (°C) tige	ΔT (°C) tige	$\nabla T = \frac{T_2 - T_1}{\Delta L}$ K cm^{-1}	φ K s cm^{-2}
1	28,4	28,2	0,2	26,01	2,477
2	29,2	28,9	0,3	26,02	2,478
3	29,9	29,7	0,2	26,01	2,477
4	30,7	30,5	0,2	26,01	2,477

Les valeurs moyennes:

φ=2,477 J s^{-1} cm^{-2}
∇T = 26,01 K cm^{-1}

INTERPRÉTATION DES RÉSULTATS

- Avec l'épaisseur de 3,5 cm, la densité φ = 0,285. ∇T pour le cuivre.

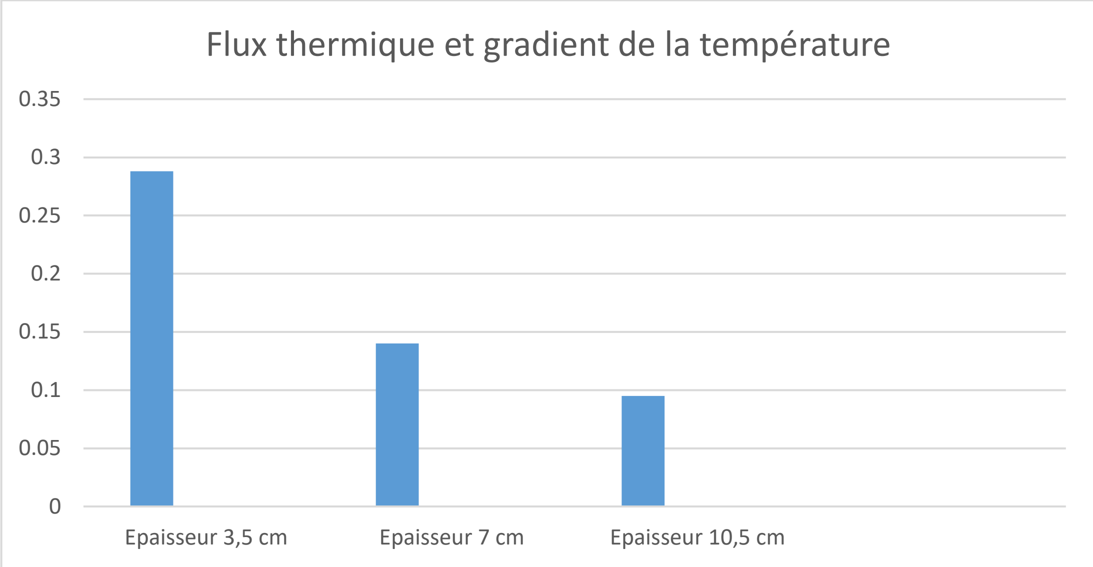
  φ = 0,285. ∇T pour le fer.

- Avec l'épaisseur de 7 cm, la densité est φ = 0,14. ∇T pour le cuivre.

  φ = 0,14. ∇T pour le fer.

- Avec l'épaisseur de 10,5 cm, la densité est φ = 0,095. ∇T pour le cuivre.

  φ = 0,095. ∇T pour le fer.



4 Conclusion

On observe la proportionnalité de la densité du flux thermique avec le gradient de la température.

Nos hypothèses du départ sont ainsi vérifiées :

- Le transfert de la chaleur n'est pas fonction de la variation de la température.
- Elle est plutôt fonction du gradient de la température. (Loi de Fourier)

Remerciements

Nous remercions les laborantins du Département de Physique de l'Université Pédagogique Nationale pour la disponibilité dont ils ont fait montre lors des manipulations.

References

[1] BRAU, J. (2006), *Transfert de chaleur et de masse. Cours,* Paris, Université de Lyon, 165 p.
[2] BERTIN M et ALII (1989), *Thermodynamique,* 3 è édition, Paris, Dunod, 500p.
[3] MAURY, J P (1986), *Thermodynamique,* Armand Colin, Paris, 210 p.
[4] MAY M. (2000), *Toute la physique,* Vuibert, Paris, 190 p.
[5] SIVOUKHINE. (1982), *Cours de physique générale,* T III Mir, Moscou, 350 p.
[6] VERNIERN et EVEN-BEAUDOIN, C. (2020), *Thermodynamique,* Paris, Dunod, 209 p.
[7] ZANANIRI, C. (2002), *Les paris de la thermodynamique,* Paris, Ellipses Editions Marketing S.A, 240 p.
[8] MAMBU TUFUKAMA, (2020-2021), *Cours de thermodynamique,* Inédit.
[9] ANONYME, in http://www.futura-sciences.com/sciences/definitions/physique-conductibilité-209 consulté le 10 juillet 2023.
[10] ANONYME, in http://physiqueréussite, fr/chaleur-et-temperature consulté le 8 juillet 2023.
[11] ANONYME, in http://tech-alim.univ-lille.fr/intro gia/co/ch01 01 html. consulté le 10 juillet 2023.
[12] ANONYME, in http://fr.wikipedia.org/wiki/conduction thermique consulté le 10 juillet 2023.