

Tarification d'un contrat de Réassurance: Cas d'un portefeuille d'assurance Habitation

[Pricing of a Reinsurance Contract: Case of a Home Insurance Portfolio]

Youssef Diouri and Jamal Zahi

Laboratoire de Modélisation Mathématique et de Calcul Economique, Faculté d'Economie et de Gestion, Université Hassan 1^{er},
Settat, Morocco

Copyright © 2024 ISSR Journals. This is an open access article distributed under the **Creative Commons Attribution License**, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

ABSTRACT: Insurance, as a fundamental pillar of the economy, offers essential financial protection against a multitude of unforeseen events. This research focuses on home insurance, a sector where guaranteed amounts significantly increase insurers' exposure to risk. Insurers commit to covering financial losses in exchange for premiums, but accurately estimating the likely indemnity burden remains a challenge due to the random nature of events such as fires or property damage. Misjudging these risks can lead to severe financial consequences and compromise insurers' solvency. To manage these risks and ensure their solvency, insurers turn to reinsurance, which allows them to cap their commitments, stabilize their financial results, and comply with regulatory requirements. The primary objective of this study is to develop a pricing model for reinsurance contracts, enabling insurers to better negotiate with their reinsurers. Before concluding a reinsurance agreement, insurers must conduct their own pricing to assess the costs and benefits of potential treaties. This involves modeling the annual number of claims and associated costs using various statistical laws and applying Monte Carlo simulation, a robust method for solving complex numerical problems. This study aims to provide insurers with a comprehensive tool to evaluate reinsurance contracts, ensure balanced financial results, and thus enhance their ability to protect policyholders against unforeseen losses.

KEYWORDS: Monte Carlo simulation; risk; management; statistical laws; liability;

RESUME: L'assurance, en tant que pilier fondamental de l'économie, offre une protection financière essentielle contre une multitude d'événements imprévus. Cette recherche se concentre sur l'assurance habitation, un secteur où les montants garantis augmentent considérablement l'exposition au risque des assureurs. Les assureurs s'engagent à couvrir les pertes financières en échange de primes, mais estimer précisément le fardeau d'indemnisation probable reste un défi en raison de la nature aléatoire des événements tels que les incendies ou les dommages matériels. Une mauvaise évaluation de ces risques peut entraîner des conséquences financières graves et compromettre la solvabilité des assureurs. Pour gérer ces risques et garantir leur solvabilité, les assureurs recourent à la réassurance, qui leur permet de plafonner leurs engagements, de stabiliser leurs résultats financiers et de se conformer aux exigences réglementaires. L'objectif principal de cette étude est de développer un modèle de tarification pour les contrats de réassurance, permettant aux assureurs de mieux négocier avec leurs réassureurs. Avant de conclure un accord de réassurance, les assureurs doivent effectuer leur propre tarification pour évaluer les coûts et les bénéfices des traités potentiels. Cela implique de modéliser le nombre annuel de sinistres et les coûts associés à l'aide de diverses lois statistiques et d'appliquer la simulation de Monte Carlo, une méthode robuste pour résoudre des problèmes numériques complexes. Cette étude vise à fournir aux assureurs un outil complet pour évaluer les contrats de réassurance, assurer des résultats financiers équilibrés, et ainsi renforcer leur capacité à protéger les assurés contre les pertes imprévues.

MOTS-CLEFS: simulation Monte Carlo, management, risque, lois statistiques, engagement.

1 INTRODUCTION

L'assurance est un pilier majeur de l'économie, offrant une protection contre les événements imprévus et permettant aux particuliers et aux entreprises de se prémunir contre des pertes financières potentiellement dévastatrices [1]. Les produits d'assurance couvrent un large éventail de risques, des accidents de voiture aux catastrophes naturelles, en passant par la maladie et la responsabilité civile. En effet, l'assureur s'engage à couvrir financièrement l'assuré pendant une période spécifique en cas de survenance d'un événement prédéterminé conformément au contrat [1], en échange de la réception d'une somme appelée "prime d'assurance" [2].

L'éventail des événements aléatoires qu'une compagnie d'assurance s'engage à gérer (comme le décès d'une personne ou l'impact d'un incendie sur une propriété) peut conduire à une sous-estimation de la charge d'indemnisation probable. Cela pourrait entraîner des conséquences financières significatives et peser lourdement sur la solvabilité de l'assureur.

Cet article se concentre sur le produit d'assurance-habitation, Ce type d'assurance garantit des montants importants, augmentant l'exposition de l'assureur au risque, notamment en cas de déviation du ratio de sinistralité.

Le défi majeur de toute compagnie d'assurance est de garantir sa solvabilité. Ainsi, de la même manière qu'un assuré s'adresse à un assureur pour se prémunir contre un risque auquel il ne peut faire face tout seul, l'assureur, à son tour, se protège contre divers aléas en recourant au mécanisme de la réassurance. En effet, le recours à la réassurance s'avère indispensable puisqu'il permet à l'assureur de plafonner ses engagements, de stabiliser son résultat mais également de s'accommoder aux exigences des autorités de tutelles concernant sa solvabilité.

L'objectif principal de cette étude est de permettre la tarification du contrat de réassurance pour permettre à l'assureur de mieux négocier avec son réassureur. En effet, avant toute souscription, l'assureur est amené à faire sa propre tarification afin d'apporter son propre jugement vis-à-vis de l'acceptation ou non d'un éventuel traité. En effet, cette opération lui permettra d'apprécier les coûts engendrés par le contrat et d'évaluer dans quelle mesure ce dernier lui apportera des résultats équilibrés compte tenu du tarif qu'elle devrait céder. Pour ce faire, nous allons modéliser le nombre de sinistres annuels et la charge associée, en utilisant différentes lois statistiques pour recourir par la suite à l'application de la simulation de Monte Carlo qui est l'une des méthodes les plus robustes pour résoudre des problèmes numériques complexes.

2 MÉTHODOLOGIE DE RECHERCHE

2.1 LA RÉASSURANCE

La réassurance peut être définie comme un accord par lequel un réassureur s'engage à rembourser un assureur, appelé "cédant", moyennant une rétribution appelée "prime de réassurance", pour tout ou partie des montants dus ou versés par l'assureur à ses assurés en cas de sinistre, selon des conditions spécifiques.

Ce transfert de risque permet à l'assureur de réduire ses risques qu'il a souscrits, sachant que le seul responsable vis-à-vis de l'assuré étant l'assureur.

L'un des types de traités qui est le plus utilisé en réassurance est appelé l'excédent de sinistre, appelé « XS » et qui fera l'objet de notre étude.

- **L'excédent de sinistre**

Dans ce type de traité, le réassureur s'engage à rembourser la cédante pour les montants dépassant la franchise à hauteur d'une certaine portée.

Le schéma ci-après illustre la zone protégée et non protégée pour un XS de franchise F et de portée C. La limite L étant F+C.

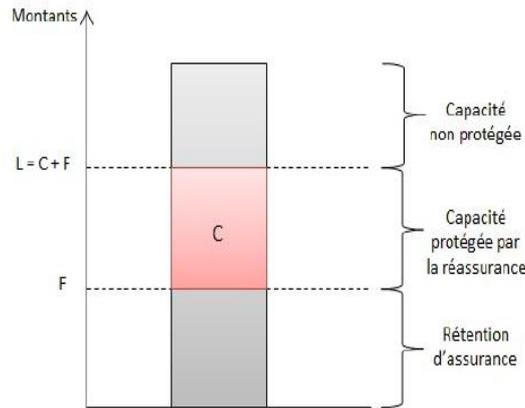


Fig. 1. Zone protégée par l'XS

Par convention, on note le l'XS par Portée XS Priorité.

Si on considère un XS de franchise F et de portée P , l'intervention du réassureur dans le sinistre ayant comme montant X_i est à hauteur de:

$$X_i^{Reass} = \min(\max(X_i - F, 0), P)$$

A titre illustratif, le schéma suivant illustre la part supportée par chacun d'entre l'assureur et le réassureur pour un 20000 XS 30000:

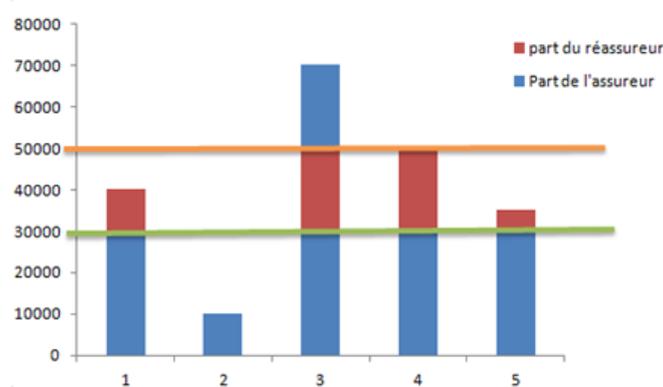


Fig. 2. Part supportée par l'assureur après convention par l'XS

2.2 LE MODÈLE COLLECTIF DU RISQUE

Nous définissons la variable aléatoire S comme étant le montant total des réclamations découlant d'un risque sur une année.

Soit la variable aléatoire N qui représente le nombre de réclamations du risque au cours de cette année.

Et soit la variable aléatoire X_i qui représente le montant de la $i^{\text{ème}}$ réclamation. Le montant total des réclamations agrégées est simplement la somme des montants de réclamation individuels. Par conséquent, nous pouvons écrire [3]:

$$S = \sum_{i=1}^N X_i$$

Nous faisons deux hypothèses importantes:

- Tout d'abord, nous supposons que $\{X_i\}_{i=1, \dots, \infty}$ est une séquence de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées
- Deuxièmement, nous supposons que la variable aléatoire N est indépendante de $\{X_i\}_{i=1, \dots, \infty}$

Dans le cadre d'un contrat de réassurance de type XS nous avons:

Considérons un traité $pXSf$

Si on note:

- N_{\square} : Le nombre de sinistres annuel ;
- $X_{i\square}$: Le coût du sinistre;
- $X_i^{reass} X_i^{reass}$: Le coût à charge du réassureur relatif à l'i-ème sinistre;
- S^{reass} : Charge totale annuelle du réassureur

Nous avons:

$$X_i^{reass} = \min(\max(0, X_i - f), p)$$

$$S^{reass} = \sum_{i=1}^{N_{\square}} X_i^{reass}$$

Ainsi, la tarification du contrat de réassurance revient au calcul de $E(S^{reass}) \cdot E(S^{reass})$

2.3 LA DISTRIBUTION DU MODÈLE

L'objectif de cette partie est de construire un modèle probabiliste pour représenter S^{reass} , la charge globale.

Le modèle nécessiterait un composant qui modélise le nombre de sinistres et un autre qui modélise les montants de ces sinistres. (2)

Pour ce qui est de la fréquence: les deux modèles les plus connus étant: la loi de poisson et la loi binomial négative. On cherchera le modèle le plus adapté dans notre cas via des tests de validation.

Dans la suite dans la partie pratique on va opter pour la loi de poisson qui a comme probabilité:

$$p(k) = P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

L'espérance étant $\mu = \lambda$.

Le choix de la distribution du montant d'un sinistre est crucial dans la modélisation du risque supporté par l'assureur. En actuariat, pour modéliser le comportement aléatoire de la sévérité, on a généralement recours à une loi continue avec un support appartenant à R^+R^+ .

Pour ce qui est de la sévérité: les lois continues les plus utilisés sont: log normale, exponentielle, pareto, gamma et weibull. On va démontrer dans la partie pratique que la loi de log normale est la plus adaptée.

Dans ce cas, si X suit une distribution lognormale LN (μ, σ) , alors $\ln(X)$ suit une distribution normale N (μ, σ^2) , avec $\mu = E(X)$. Pour ce qui est de la fonction de densité, on a [5]:

$$f(x|\mu, \sigma) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln(x)-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

- $X > 0$ est la variable aléatoire,
- μ la moyenne de la distribution de la variable logarithmique,
- σ l'écart type de la distribution de la variable logarithmique.

2.4 TEST D'AJUSTEMENT

Afin de choisir la loi qui ajuste au mieux les données, nous utilisons les tests d'hypothèse permettant de prendre une décision au détriment d'une autre.

2.4.1 LOI DE DISTRIBUTION DU NOMBRE DE SINISTRES

Pour trancher entre le choix d'une loi Poisson ou Binomiale négative, il est naturel de penser à comparer entre la fréquence et variance empirique des données puisqu'en cas d'égalité entre ces deux moments, nous pensons directement à l'équi-dispersion qui constitue la caractéristique principale d'une loi Poisson.

Dans ce sens, deux tests d'hypothèses seront analysés: le test de sur-dispersion basé sur la statistique liée à l'indice de dispersion de Fisher et le test du rapport de vraisemblance [7].

Pour trancher entre le choix d'une loi Poisson ou Binomiale négative, il est naturel de penser à comparer entre la fréquence et variance empirique des données puisqu'en cas d'égalité entre ces deux moments, nous pensons directement à l'équi-dispersion qui constitue la caractéristique principale d'une loi Poisson.

Dans ce cadre, deux tests d'hypothèses seront analysés: le test de sur-dispersion basé sur la statistique liée à l'indice de dispersion de Fisher et le test du rapport de vraisemblance.

- **Test de sur dispersion**

L'hypothèse testée est la suivante:

$$H_0 : E(N) = V(N) \text{ Contre } V(N) > E(N)$$

$$H_0 : E(N) = V(N) \text{ Contre } V(N) > E(N)$$

En d'autres termes, l'existence de sur-dispersion ou son absence.

La statistique T pour estimer l'indice de dispersion qui est égale à $\frac{V(N)}{E(N)}$ est:

$$T = \frac{(n-1)\bar{S}^2}{\bar{X}}$$

Avec \bar{X} et \bar{S}^2 respectivement la moyenne et la variance empirique de la loi de fréquence N .

Sous l'hypothèse H_0 , Hoel (1943) a montré que la statistique nT , connue sous le nom d'indice de dispersion de Fisher, est asymptotiquement distribuée comme une loi de khi 2 à $n-1$ degrés de liberté avec n le nombre d'observations de N .

- **Test du rapport de vraisemblance**

Le test de rapport de vraisemblance permet de tester si l'échantillon de N suit une distribution donnée contre une distribution alternative. Dans cette étude, on s'intéressera à tester l'hypothèse suivante:

$$H_0 : N \text{ suit une loi poisson vs } H_1 : N \text{ suit une loi binomiale négative}$$

La statistique du rapport de vraisemblance est donnée par:

$$T = 2(\text{LN}(L_1) - \text{LN}(L_0))$$

Avec:

- L_0 : La vraisemblance de la loi de poisson
- L_1 : La vraisemblance de la binomiale négative

La statistique T tend asymptotiquement en loi vers une loi du Khi-deux à un degré de liberté.

2.4.2 LOI DE DISTRIBUTION DE LA CHARGE

Puisqu' il s'agit des lois continues, nous testons l'ajustement par le biais des tests suivants: Kolmogorov – Smirnov et Anderson – Darling.

Kolmogorov – Smirnov Test

Le test d'ajustement de Kolmogorov – Smirnov est un test non paramétrique basé sur la distance maximale entre une fonction de répartition théorique et la fonction de répartition empirique de l'échantillon. (7)

Il permet de tester l'hypothèse H_0 selon laquelle les données observées sont engendrées par une loi de probabilité théorique considérée comme étant un modèle convenable.

Nous considérons ainsi une variable aléatoire X de fonction de répartition F_x , que nous voulons comparer à une fonction de répartition théorique F_0 continue.

Nous testons alors:

$$H_0: F_x(x) = F_0(x) \forall x \text{ Contre } \exists x F_x(x) \neq F_0(x)$$

Soit $\{X_1, X_2 \dots X_n\}$ un n – échantillon de X , la fonction de répartition empirique F_n associée à cet échantillon est:

$$F_n(x) = 1/n \sum_{(i=1)^n} 1_{(-\infty, x]}(X_i)$$

$F_n(x)$ la proportion des observations dont la valeur est inférieure ou égale à x .

L'écart entre les valeurs observées et les valeurs théoriques du modèle déduites de la fonction de répartition F_0 peut donc être mesuré par la variable aléatoire:

$D_n = \sup_{x \in X} |F_n(x) - F_0(x)|$ statistique D_n tend asymptotiquement vers une loi du Khi-deux à $n-1$ degré de liberté.

Test d'Anderson-Darling

Le test d'Anderson-Darling est basé sur le calcul d'une distance entre la fonction de distribution empirique et la fonction ajustée définie comme suit:

$$A_n^2 = n * \int_{-\infty}^{+\infty} [F_x(x) - F_0(x)]^2 * \frac{1}{F_0(x) * [1 - F_0(x)]} * dF(x)$$

Bien que le test d'Anderson Darling et le test de Kolmogorov ont la même application, la différence entre eux réside dans le fait que pour le deuxième test seul l'écart maximum entre la distribution empirique et la distribution d'ajustement compte, alors que l'indicateur d'écart du premier test capte mieux l'ensemble des données dans la mesure où toute la somme des écarts intervient. On peut donc déduire que le test de Kolmogorov est beaucoup plus sensible à l'existence de points aberrants dans un échantillon que le test d'Anderson Darling.

2.5 SIMULATION MONTE CARLO

Les techniques de simulation sont fort utiles lorsque la complexité du modèle envisagé rend extrêmement difficile toute approche analytique (8).

Une fois avoir générer les variables aléatoires par une loi donnée, la méthode de Monte Carlo consiste à approcher $E(X)$ par la moyenne empirique des simulations de la variable aléatoire X : (loi des grands nombres)

$$\bar{X} = \frac{1}{\text{Nombre - simulations}} \sum_{i=1}^{\text{Nombre - simulations}} x_i \xrightarrow{\text{Nombre - simulations} \rightarrow \infty} E(X)$$

3 RÉSULTATS ET DISCUSSION

3.1 PRÉPARATION DES DONNÉES

L'objectif de cette étude est d'évaluer le contrat de réassurance selon le niveau de risque à céder au réassureur. On va valoriser le traité actuel XS avec une franchise de 30 000 \$ et une limite de 1,2 Millions \$ relatif au portefeuille d'assurance-habitation avant de procéder à une simulation des tarifs du traité selon la configuration choisie. Ce portefeuille regroupe 23 650 assurés.

Pour quantifier le risque, il est nécessaire d'analyser la sinistralité passée afin de modéliser celle future [9]. Dans ce cadre on se basera sur une base de données sinistre qui est dotée de ses informations suivantes historique de 8 ans de 2015 à 2022 qui intègre les données suivantes: date de survenance, l'identifiant du sinistre, montant du sinistre [10].

Cependant Pour que les données historiques soient comparables entre elles quel que soit leur année de survenance, nous procéderons à une opération qui s'appelle mise en situation « As If » et consiste à:

- Actualiser le montant du sinistre en se basant sur le taux d'inflation entre l'année de survenance et l'année de cotation soit 2023. On retient les taux annuels suivants enregistrés au Maroc :

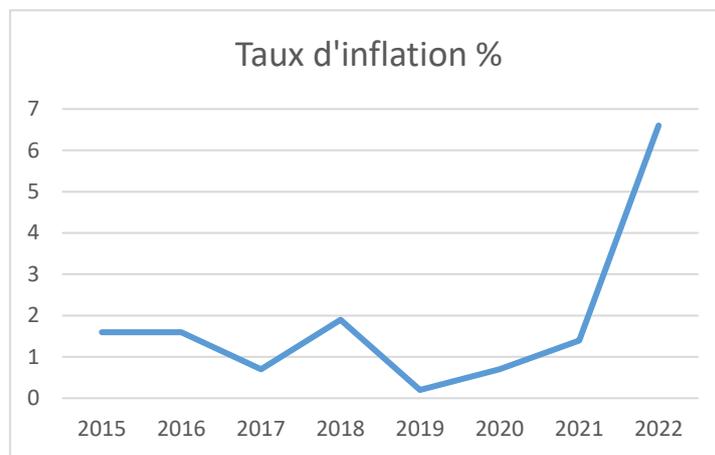


Fig. 3. Taux d'inflation annuels

En se basant sur les taux d'inflations représentés ci-dessus, nous revalorisons chaque sinistre X comme ce qui suit:

$$X_{\square}^{As\ if} = X_{\square} * \prod_{K=j}^n (1 + r_k)$$

Avec:

- n : L'année de cotation-1 (2022 pour notre cas)
- r_k L'indice d'inflation de l'année k
- J : L'année de survenance
- Actualiser le nombre de sinistres annuels en supposant l'existence d'une relation de proportionnalité entre le nombre de sinistres survenu annuellement et le nombre d'adhérents par exercice, d'où l'expression suivante :

$$n_k^{As\ if} = n_{adh2023} * \frac{n_k}{n_{adhe_k}}$$

Avec:

- n_k : Nombre de sinistres relatif à l'année k
- $n_k^{As\ if}$: Nombre de sinistres As if
- n_{adhe_k} : Nombre d'adhérents de l'année k

Le graphe ci-après représente les fréquences et les charges totales revalorisées entre 2015 et 2022:

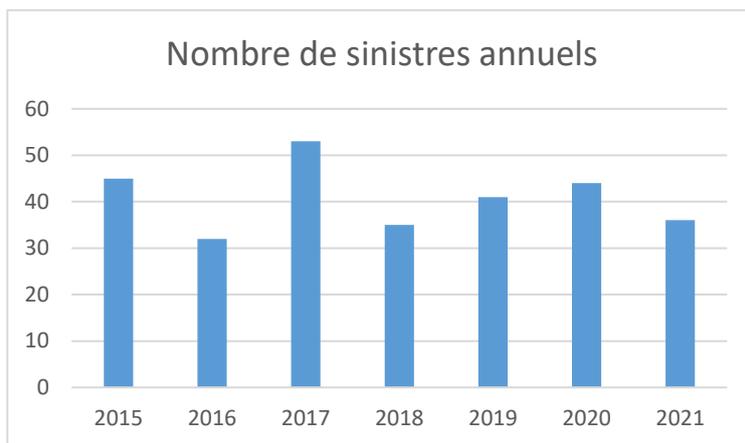


Fig. 4. Nombre de sinistres annuels

Maintenant que nous avons construit notre vecteur de fréquence As If et des charges As If, l'étape suivante consiste à chercher un modèle qui ajuste bien les données.

3.2 ESTIMATION DU MODÈLE

Dans ce qui suit, on se basera sur le modèle collectif du risque présenté dans la dernière partie:

$$S^{reass} = \sum_{i=1}^{N_{\square}} X_i^{reass}$$

- Avec: N le nombre de sinistres annuels
- X_i^{reass} : Le coût As if de l'i-ème sinistre à charge du réassureur
- S^{reass} : La charge totale annuelle à charge du réassureur

En se basant sur les notions théoriques précédemment expliquées, nous allons modéliser la charge annuelle avant de procéder à la simulation de Monte Carlo. Pour cela, on commencera par modéliser la charge du sinistre X_i et par la suite le nombre N.

3.2.1 DETERMINATION DE LA LOI DE FREQUENCE

Les lois les plus utilisées pour modéliser la distribution de la variable aléatoire de la fréquence N sont la loi de Poisson et la loi Binomiale Négative. Pour choisir on opte pour le test de dispersion.

Tableau 1. Test de rapport de dispersion

Surdispersion	\bar{X}	\bar{S}^2	IF
Indice Fisher (IF)	39,33	63,86	8,11

L'indice de Fisher est à comparer avec le quantile 95% d'une loi χ^2 à 7 degrés de liberté qui est égal à 14,07. On constate que IF est 8,11 donc inférieur à 14,07 et par suite on rejette l'hypothèse de l'existence d'une surdispersion des données et par suite la loi de poisson est la plus adaptée.

Estimation des paramètres:

Pour estimer les paramètres, nous utilisons la méthode de maximum de vraisemblance. On obtient [6]:

$$\lambda = 39,33$$

Pour ce qui est du nombre de sinistres on confirme le choix du model par le test du rapport de vraisemblance étudié ci-après:

Tableau 2. Test de rapport de vraisemblance

Modèle	$\ln(L_0)$	$\ln(L_1)$	RV
	- 33,78	- 20,42	28,1

Avec le test du rapport de vraisemblance, la loi de poisson est acceptée puisque RV est supérieur au quantile 95% d'une loi χ^2 à 1ddl qui est égal à 3,84 ce qui approuve la qualité d'ajustement.

3.2.2 DETERMINATION DE LA LOI DE LA CHARGE DU SINISTRE DU REASSUREUR

Avant de procéder à la modélisation on va appliquer les bornes du traité actuel à la charge de chaque sinistre, afin de calculer la part du risque transférée au Réassureur, dans ce cas on a:

$$X_i^{reass} = \min(\max(0, X_i - f), p)$$

Avec f est la franchise du traite et p sa portée.

Dans le traité actuel adopté par l'assureur on a: $f= 30\,000\ \$$ et $p=1\,170\,000\ \$$

Pour la modélisation de la charge du sinistre pour le réassureur on va utiliser la loi log normal qui est largement utilisée dans la modélisation des variables continues en actuariat. Dans la suite, nous allons vérifier si l'ajustement par la loi log normal est effectivement approuvé par les tests statistiques.

Pour ce qui est des paramètres de la loi Log Normale estimés par la méthode de maximum de vraisemblance. On obtient $\mu=12.39$ et $\sigma=0.89$

Pour valider la qualité de l'ajustement, on aura recours aux tests de Kolmogorov et de celui d'Anderson Darling pour le coût de sinistre.

On obtient les résultats suivants:

- **Test de Kolmogorov**

Tableau 3. Test de rapport de Kolmogorov

Modèle	Dn	C	P-value
Log Normal	0,053	0,086	0,063

Au seuil 5%, nous acceptons l'hypothèse selon laquelle: Le coût par sinistre suit une LN (12.39,0.89)

En effet, la p-value obtenue est supérieure à 0,05.

- **Test d'Anderson Darling**

Tableau 4. Test d'Anderson Darling

	A	P-Value
Test Anderson	0,27	0,079

Le test d'Anderson Darling confirme aussi la qualité d'ajustement puisque la p-value associée à chaque test est supérieure à 0,05.

3.3 TARIFICATION DU TRAITE DE REASSURANCE À TRAVERS LA SIMULATION MONTE CARLO

Comme nous connaissons les lois de fréquence et de la charge, nous pouvons envisager l'application de la méthode par simulation.

Pour pouvoir appliquer cette méthode, nous avons construit un algorithme de simulation que nous avons implémenté. Le paragraphe suivant présentera les étapes de l'algorithme.

Pour appliquer Monte Carlo, il faut simuler un grand nombre de valeurs de la variable aléatoire S^{\square} [11]. Comme celle-ci est issue d'une loi composée, nous suivrons les étapes suivantes:

Algorithme de simulation:

L'objectif de la simulation est de déterminer $E(S^{reass})$ avec:

$$S^{reass} = \sum_{i=1}^{N_{\square}} X_i^{reass} \text{ et } Y_i = X_i^{reass} = \min(\max(0, X_i - f), p)$$

Connaissant la loi de N_{\square} et X_i^{reass} , les étapes de la simulation sont les suivantes:

- Fixer le nombre de simulations J , pour notre cas $J = 100000$
- Fixer une portée et priorité
- Créer un vecteur contenant J simulations de même loi que N_{\square} : $N = (n_1 \dots n_j \dots n_J)$ avec n_j la $j^{\text{ème}}$ réalisation de la simulation par la loi N_{\square}
- Pour $j = 1$ à J
 - Simuler n_j variables $x_1^{n_j}, x_2^{n_j} \dots x_{n_j}^{n_j}$ issues de la variable aléatoire $LN(m; \sigma) + t$
 - Pour $i = 1$ à n_j
 - $y_i^{n_j} = \min(\max(0, x_i^{n_j} - f), p)$
 - $s_j = \sum_{i=1}^{n_j} y_i^{n_j}$
 - Appliquer une moyenne empirique au vecteur $\{s_j\}_{1 \leq j \leq J}$ pour estimer l'espérance de la charge nette du réassureur: $\bar{s}^{reass} = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J s_j$

En appliquant l'algorithme au traité actuel de l'assureur on en déduit que $E(S)$ est égale à 908 228 \$. D'où la force de cette technique pour approcher d'espérances mathématiques complexes.

3.4 VARIATION DU TARIF DU TRAITE EN FONCTION DE LA FRANCHISE

En fixant la portée au 1 170 000 \$ et en faisant varier la franchise on obtient le tableau ci-dessous:

Tableau 5. Evolution des prix du traité de réassurance

Franchise (\$)	Prix (\$)
15 000	1 431 655
18 000	1 339 521
20 000	1 245 671
22 000	1 167 429
25 000	1 049 648
30 000	908 228
32 000	858 412
35 000	727 489
40 000	675 394

Par conséquent, on constate que plus la franchise est grande moins le tarif est important ce qui est normal car l'assureur garde plus de risque et cède par conséquent moins de risque au réassureur.

4 CONCLUSION

Compte tenu de l'importance de la réassurance pour sécuriser la stabilité financière de l'assureur, ce travail de recherche a permis de doter la compagnie d'assurance d'un outil permettant de valoriser le traité de la réassurance pour mieux apprécier le risque et négocier le juste prix avec le réassureur. De plus, cela permettra à l'assureur de simuler les prix pour les différentes structures du traité en question afin d'opter pour les caractéristiques du traité les plus adaptés à l'assureur selon le niveau du risque à céder. Dans ce cadre, nous avons opté pour le modèle collectif du risque où nous avons procédé à l'actualisation des données par la méthode « As If » pour actualiser les données historiques pour qu'elles soient comparables avec l'année de cotation. De plus, nous avons modélisé le nombre des sinistres annuels ainsi que le coût des sinistres à charge du réassureur. Compte tenu de la complexité des calculs numériques, nous avons fait appel à la simulation de Monte Carlo qui est un outil puissant pour la résolution de tels problèmes mathématiques.

En termes de travaux futurs, ce travail va être complété par une analyse de l'impact de la réassurance sur un niveau extrême de la sinistralité en utilisant la notion Value at Risk qui est recommandée pour les études de la gestion des risques.

REFERENCES

- [1] Melnikov, A. (2003). Risk analysis in finance and insurance. Taylor & Francis.
- [2] Dickson, D. (2016). Insurance Risk and Ruin. Cambridge University Press.
- [3] Kaas, R., Goovaerts, M., Dhaene, J., & Denuit, M. (2008). Modern actuarial risk theory. Springer.
- [4] Denuit, M., & Charpentier, A. 2004. Mathématiques de l'assurance non-vie. Economica.
- [5] Lefebvre, M. (2011). Probabilités, statistiques et applications. Presses Internationales Polytechnique.
- [6] Olofsson, P. (2005). Probability, Statistics, and Stochastic Processes. John Wiley & Sons.
- [7] Kanji, Gopal K. 2006. 100 Statistical Tests (3rd ed.). SAGE Publications.
- [8] Mun, J. (2010). Modeling Risk: Applying Monte Carlo Risk Simulation, Strategic Real Options, Stochastic Forecasting, and Portfolio Optimization (2nd ed.). John Wiley & Sons.
- [9] Ellili, N., Nobanee, H., Alsaïari, L., Shanti, H., Hillebrand, B., Hassanain, N., & Elfout, L. 2023. The applications of big data in the insurance industry: A bibliometric and systematic review of relevant literature. The Journal of Finance and Data Science, Volume 9.
- [10] Peleckienė, V., & Peleckis, K. (2014). Solvency II Assumptions for Increasing the International Competitiveness of EU Insurance Industry. Procedia - Social and Behavioral Sciences, 110, 822-831.
- [11] Chiu, C.-Y., Dai, T.-S., Lyuu, Y.-D., Liu, L.-C., & Chen, Y.-T. 2022. Option pricing with the control variate technique beyond Monte Carlo simulation. The North American Journal of Economics and Finance, 62, 101772.
- [12] Partrat, C., Blondeau, J. (2003). La réassurance, approche technique. Edition Economica.