

Les mathématiques entre le fondamental (l'intelligible) et l'appliquée (le sensible)

[The mathematics between the fundamental (intelligible) and the applied (sensitive)]

Omar TAITAI

Laboratoire Interdisciplinaire de la Recherche en Ingénierie Pédagogique,
École normale supérieure, Université Abdelmalek Essaadi, Maroc

Copyright © 2016 ISSR Journals. This is an open access article distributed under the **Creative Commons Attribution License**, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

ABSTRACT: As the human being is curiously fascinated by the domination, more particularly; the scientists use the mathematics so as to provide an intrinsic description of the universe and why not making the related forecasts. The obtained results from the application of the mathematics in the physical world are wonderful; nonetheless, the mathematics theories are separately developed from the real world. It is therefore the agreement and disagreement between a discipline created by the human though regardless of any experience and the real world, that will be reviewed and attempted to be highlighted, in accordance with the vision of the philosopher mathematicians who had marked the history of the mathematics via the brilliant interventions either on philosophical or mathematical fields. To this end, this paper will be devoted to explain the intellectual conflict between the intellectual and the sensitive world from mathematical side.

KEYWORDS: mathematics, history of mathematics, mathematical philosophy, intellectual conflict.

RÉSUMÉ: L'homme, en générale, est fasciné par l'explication et la domination; plus particulièrement les scientifiques qui utilisent les mathématiques pour donner une description intrinsèque du monde et pourquoi ne pas faire des prévisions. A savoir que les résultats qui se sont tirés des mathématiques dans leurs applications au monde physique sont extraordinaires, néanmoins des théories mathématiques se développent indépendamment d'une description du monde; c'est donc l'accord et le désaccord, entre une discipline créée par la pensée humaine indépendamment de toute expérience et le monde réel, qui sont mises en cause et qu'on essaiera d'y répondre selon la vision des philosophe mathématiciens qui ont marqué l'histoire des mathématiques par des brillantes interventions que ça soit dans le domaine mathématique ou philosophique. Pour expliquer ce conflit intellectuel, qui a bien marqué cette histoire, on essaiera de donner le rapport entre l'intellectuel et le monde sensible au point de vue mathématiques.

MOTS-CLEFS: Mathématique, Histoire des mathématiques, Philosophie des mathématiques, Conflit intellectuel, Courants mathématiques.

« La nature est écrite en langage mathématique¹ »

Galilée

¹ Pour la Science. L'Univers est-il mathématique ? édition 15 juin 2010

MATHEMATIQUES ET REALITE UNION ET DIVORCE

DIVORCE ENTRE MATHÉMATIQUES ET RÉALITÉ

Einstein disait : « Pour autant que les propositions de la mathématique se rapportent à la réalité, elles ne sont pas certaines, et pour autant qu'elles sont certaines, elles ne se rapportent pas à la réalité² »

Prenons la deuxième proposition d'Einstein qui tourne sur l'objectivité des mathématiques. Il nous dit qu'elles ne se rapportent pas à la réalité même s'elles sont certaines ; ce n'est pas l'opinion du sens commun, et ce n'est même pas l'opinion – nous rappel Platon- des géomètres. Ainsi les mathématiques se rapportent à la réalité si elles se rapportent vraiment à l'utilité pratique dans la vie quotidienne. Les mathématiques permettent de mesurer et de calculer ce qui est tout à fait utile à la vie. Mais c'est là Platon dans la « République³ » intervient en expliquant que cela n'est pas le caractère essentiel ni la finalité des mathématiques car elles ne sont relatives qu'à des images et des figures que le géomètre est obligé de tracer dans le sable à l'époque d'Euclide ou sur papier. autrement dit, elles se rapportent à une image sensible et elles ne peuvent donc correspondre aux réalités en soi- aux essences- et ce n'est selon lui que la philosophie qui peut atteindre cette essence ou la réalité de l'idée en se basant sur la dialectique. Ainsi lorsqu'elle atteint la réalité, la dialectique redescend à toutes les conséquences. avec Kant qui nie ce rapport entre mathématique et réalité. à cet égard, il revient à la philosophie en déclarant qu'elle reste limitée au champ de l'expérience possible car toutes les vérités philosophiques se rapportent au domaine de l'expérience c'est à dire à la réalité. la philosophie selon lui se rapporte nécessairement à la réalité empirique mais pas les mathématiques qui sont capables d'aller au-delà de ce champ et de construire toujours de nouveau concept purement *apriori* purement *intellectuel* qui ne se rapporte pas à la réalité.

L'UNION ENTRE MATHÉMATIQUE ET RÉALITÉ

En vertu de leurs certitudes démontrées dans ce qui précède, ce serait un rêve que les mathématiques se rapportent bien à la réalité ; c'est le projet Cartésien qui universalise le raisonnement déductif des mathématiques à toutes les réalités. Ainsi on peut appliquer cette déduction indépendamment de toute situation réelle. Dans tous les domaines y compris l'opinion, ce que Descartes appelle le vulgaire, il faudrait pouvoir adapter à l'esprit humain, selon ce philosophe, un raisonnement mathématique ; en partant de l'évidence indubitable de cogito, il faudrait pouvoir déduire méthodiquement, comme en mathématiques, toutes les vérités dont on postule qu'elles sont aussi nécessairement enchaînées que les vérités mathématiques. Ainsi aucune vérité ne puisse rester ignorée. Mais il ne s'agit pas simplement d'imaginer, comme dans un rêve, que la science soit certaine sur le modèle des mathématiques : il faut élever les mathématiques ou les rendre science universelle qui, en vertu de son caractère prototypique et exemplaire, deviennent réellement les clés de toutes les autres sciences. Cette mathesis universalis⁴ rêvée par Descartes, est rendu possible par la mise en œuvre de la géométrie algébrique dont il pose les principes dans sa géométrie. Par la méthode des coordonnées dans un repère orthonormé, il devient possible de définir algébriquement n'importe quelle figure géométrique dans une fonction $y=f(x)$. Ainsi les lettres introduites dans le calcul algébrique pouvant représenter n'importe quelle valeur : la position d'un point, une masse, un temps, un taux de croissance, une vitesse de sédimentation etc. Alors on peut passer à la première proposition d'Einstein c'est à dire si ce projet peut s'effectuer dans la réalité : à partir de cette révolution Galileo- Cartésienne, il y a une redéfinition de ce qui peut être nommé *objets mathématiques* donc ils ne sont plus des nombres, des figures ou des idées abstraites au contraire, selon Descartes n'importe quelle réalité peut être nommée par objet mathématique ; c'est à dire un objet que l'on peut appliquer le raisonnement déductif et démonstratif des mathématiques. ainsi Galilée a pu annoncer que : « le livre de la nature est écrit en langage mathématique⁵ » et plus tard Max Planck (1858- 1947) « Est réel ce qu'on peut mesurer ».

² <http://sos.philosophie.free.fr/math.htm>

³ Dialogue de Platon portant principalement sur la justice dans l'individu et dans la Cité. La mathématique ne correspond pas à la réalité en soit mais elle l'a dépassé.

⁴ Le terme a été utilisé par Descartes dans les *Regulae* pour indiquer sa méthode : projet typique du rationalisme classique, fondée sur l'idée qu'il y a un ordre universel totalement accessible à la raison

⁵ Plus précisément : « La philosophie est écrite dans cet immense livre qui se tient toujours ouvert devant nos yeux, je veux dire l'univers, mais on ne peut le comprendre si l'on ne s'applique d'abord à en comprendre la langue et à connaître les caractères avec lesquels il est écrit. Il est écrit dans la langue mathématique et ses caractères sont des triangles, des cercles et autres figures géométriques, sans le moyen

Autrement dit toute la réalité devient mathématiques. Même au 17^{ème} siècle, un philosophe nommé Spinoza (1632- 1677) a écrit un livre de morale en langage mathématique, dans son éthique on trouve des théorèmes et postulats « Éthique démontrée suivant l'ordre géométrique⁶ ». Ajoutons que non seulement la science moderne est mathématique dans tous ces domaines et que toutes réalités est connues par le calcul mis en équation, mais que la science ne donne pas raison de la réalité par le calcul. La science raisonne le réel en le soumettant constamment ,non seulement à une représentation objective dans une équation, mais a une élaboration effective qui provoque le réel à répondre à l'efficacité que l'on peut attendre de lui dans nos prévisions .les mathématiques dans le processus technique dans lequel elles s'appliquent, ne se rapportent pas seulement à la réalités mais elles la domine .la question de la certitude et de la vérité s'imposent; il faut poser le principe de la relativité des mathématiques et des sciences .ce problème n'a pas attendu Einstein pour être vu .c est déjà la critique que Platon adressée aux mathématiques car, selon lui , c'est une science hypothétique puisqu' elles partent de définitions, d'axiomes ou de postulats qui ne sont pas démontrés pour tirer des conclusions sans rendre raison de leurs principes et démontrer des hypothèses ou des évidences premières. C'est ce que d'Alembert (1717- 1783) encore en 18^{ème} siècle a provoqué comme le scandale de la géométrie et que ce sur quoi elle repose n'est pas démontrée .si le savoir fondé par les mathématiques suppose une fondation qui ne peut être fondée, c'est tout ce qui est basé sur elle risque de s'effondrer .au 19^{ème} siècle, des mathématiciens géomètres comme Riemann (1826-1866) Lobatchevski (1792- 1856) ont montrer d'ailleurs que le postulat d'Euclide⁷ et toutes les conclusions tirés n'étaient valables que dans l'espace plan de la géométrie euclidienne et que l'on pouvait faire d'autres postulats qui donnaient d'autres systèmes cohérents. La vérité n'est plus donc une certitude absolue ou une évidence inébranlable, mais elle devient relative cohérente de manière interne mais pas absolument. Cela nous conduit à dire que même si les résultats des mathématiques sont certaines, mais cette certitude est-elle le dernier mot de la vérité ? La raison dernière apportée par la démonstration mathématique et le calcul délivre la pensée de l'effort de méditer et d'interroger le sens de la réalité phénoménal du monde et de l'existence humaine. D'où la phrase provocatrice de Heidegger (1917–1976) « la science ne pense pas⁸ » elle ne pense pas puisqu'elle calcule.

CONCLUSION

Les mathématiques est d'une part une vérité à part entière indépendante de toutes expériences, comme l'a montré, Kurt Gödel en 1931 dans une théorie axiomatique suffisamment riche pour contenir l'arithmétique, il existait des propositions que l'on ne pouvait ni prouver ni réfuter, bref des propositions dont la vérité était indécidable. Ce qui voulait dire que, pour statuer sur la vérité de certaines propositions mathématiques, il fallait sortir du cadre formel des axiomes et des règles. Les mathématiques ne pouvaient plus être considérées comme un système clos fermé sur lui-même. d'autre part, une vérité liée au monde sensible avec une étroite relation avec le réel et c'est le platonisme mathématique qui est mis en évidence la dessus .on finira de dire que certes la mathématique est une science rigoureuse et bien soignée vue son enchainement logique et sa construction rationnelle basée sur des axiomes et des postulats ,qui devront être bien établie pour qu' en n' aboutisse pas à une contradiction .toutefois quel que soit les réponses certaines que les mathématiques apportent au questionnement sur le réel, elles laissent ainsi à la philosophie le soin et le souci d'interpréter inépuisablement le sens.

desquels il est humainement impossible d'en comprendre un mot. Sans eux, c'est une errance dans un labyrinthe obscur. » (L'essayeur de Galilée, Christiane Chauviré, p. 141

⁶ *les Principes de la philosophie de Descartes : elles fournissent des exemples, des références, un langage d'exposition.*

⁷ *Dans "Les éléments d'Euclide ", on trouve en particulier les cinq postulats qui fondent les bases de la géométrie.*

Les 5 postulats d'Euclide

- 1. Un segment de droite peut être tracé en joignant deux points quelconques.*
- 2. Un segment de droite peut être prolongé indéfiniment en une ligne droite.*
- 3. Étant donné un segment de droite quelconque, un cercle peut être tracé en prenant ce segment comme rayon et l'une de ses extrémités comme centre.*
- 4. Tous les angles droits sont congruents.*
- 5. Si deux lignes sont sécantes avec une troisième de telle façon que la somme des angles intérieurs d'un côté est inférieure à deux angles droits, alors ces deux lignes sont forcément sécantes de ce côté.*

⁸ *Martin Heidegger Essais et conférences LA QUESTION DE LA TECHNIQUE [1953] Éd. Gallimard, trad. André Préau, 1958, p. 9*

REFERENCES

- [1] Abdelkader Bachtta. Université de Tunis. Article : Les mathématiques chez Platon et Kant.
- [2] Albert Blanchard, Paris, 1974. Extraits : Pages 127-139.
- [3] ANNA SIERPINSKA. Concordia University, Mathematics & Statistics – Canada. article : entre l'idéal et la réalité de l'enseignement de mathématique.
- [4] Cardano, Girolamo (1501-1576). Livre GRUNDLAGEN DER GEOMETRIE, Hieronymi Cardani Medici Mediolanensis
- [5] Ferdinand Gonseth 1936 Réédition: Librairie Scientifique et Technique
- [6] Jacques Le Febvre .département des mathématiques et informatique UQUAM. Article : la démonstration mathématique dans l'histoire. première partie : Tout ou rien.
- [7] La proposition 47, du livre I des « Eléments » d'Euclide
- [8] Les Mathématiques et la réalité : Essai sur la méthode axiomatique
- [9] les Principes de la philosophie de Descartes : elles fournissent des exemples, des références, un langage d'exposition.
- [10] L'essayeur de Galilée, Christiane Chauviré, p. 141
- [11] Livre I de "Les éléments d'Euclide ",
- [12] Livre VII de la République de Platon, Page 270
- [13] Pourquoi le monde est-il mathématique ? de John D. BARROW. Traduit de l'italien par Béatrice Propetto Marzi. Éditions Odile Jacob (Opus), 1996. Titre original : Perché il mondo è matematico ? (Laterza, 1992).
- [14] Règles pour la direction de l'esprit René Descartes, Texte de l'édition Victor Cousin
- [15] Rudolf Bkouche. IREM de Lille. Article : La démonstration: du réalisme au formalisme.
- [16] <http://www.kodon.fr/la-question-de-la-technique-avec-martin-heidegger/>
- [17] <http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/histoire-des-maths/mathematiciens-celebres/pythagore>
- [18] <http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/histoire-des-maths/mathematiciens-celebres/archimede>
- [19] <http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/histoire-des-maths-53>
- [20] <http://www.sphere.univ-paris-diderot.fr/spip.php?rubrique94>
- [21] <http://zone-telecharger.fr/france/comprendre+les+math+matiques/>
- [22] <https://methodos.revues.org/2365>