

## Performances comparées des Algorithmes de Newton-Raphson et Lambda-Gamma-révisé dans la planification hydrothermale à court terme

### [ Comparative performance of Newton Raphson and Lambda-Gamma-revised Algorithms in short-term hydrothermal planning ]

Irengé Baguma Raoul<sup>1</sup>, Wamkeue René<sup>2</sup>, Tagoudjeu Jacques<sup>3</sup>, Teukam Dabou Raoul<sup>4</sup>, and Kamundala Janvier<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department de Génie Electrique et Informatique, Université Libre des Pays des Grands Lacs, Goma, RD Congo

<sup>2</sup>Department des Sciences Appliquées, Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue, Québec, Canada

<sup>3</sup>Department de Mathématiques et Sciences Physiques, Université de Yaoundé I, Ecole Nationale Supérieure Polytechnique de Yaoundé, Yaoundé, Cameroon

<sup>4</sup>Department de Génie Electrique et Informatique, Université de Laval, Québec, Canada

---

Copyright © 2022 ISSR Journals. This is an open access article distributed under the *Creative Commons Attribution License*, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

**ABSTRACT:** This paper proposes a revised Lambda-Gamma algorithm applied to the solution of a short-term hydrothermal planning problem. It is a Lambda-Gamma algorithm, which, in addition to the Newton-Raphson method for solving the coordination equations, also specifies the direction of adjustment of the Lambda and Gamma parameters according to the convergence conditions. This gives it the particularity of being more explicit, detailed and easy to implement. Next, the performance of this revised algorithm is compared with that of the Newton-Raphson Approximate algorithm for hydrothermal planning. From this comparison, it is found that the proposed algorithm outperforms and is more robust than the approximate Newton-Raphson algorithm given its convergence to a global minimum even when the practical constraints of generator power limits are taken into account. In addition, the conformity of the results obtained with those of the literature, allowed to validate the algorithm.

**KEYWORDS:** Hydrothermal planning, Lambda-Gamma, Newton Raphson, B-Coefficients, Glimn-Kirchmayer.

**RESUME:** Cet article propose un algorithme Lambda-Gamma révisé et appliqué à la résolution d'un problème de planification hydrothermale à court terme. Il s'agit d'un algorithme Lambda-Gamma qui en plus d'utiliser la méthode de Newton-Raphson pour la résolution des équations de coordination, précise aussi le sens d'ajustement des paramètres Lambda et Gamma en fonction des conditions de convergence. Ce qui lui confère la particularité d'être plus explicite, détaillé et facile à implémenter. Ensuite, les performances de cet algorithme révisé sont comparées avec celles de l'algorithme de Newton-Raphson Approximatif pour la planification hydrothermale. Il découle de cette comparaison que l'algorithme proposé est plus performant et plus robuste que celui de Newton-Raphson approximatif étant donné sa convergence vers un minimum global même lorsque les contraintes pratiques de limite des puissances de générateurs sont prises en compte. En plus, la conformité des résultats obtenus avec ceux de la littérature, on permet de valider l'algorithme.

**MOTS-CLÉS:** Planification hydrothermale, Lambda-Gamma, Newton Raphson, B Coefficients, Glimn-Kirchmayer.

## 1 INTRODUCTION

La planification de la production hydrothermale joue un rôle très important dans l'exploitation et la planification d'un système électrique. En raison de la concurrence croissante sur le marché de l'électricité, réaliser cette planification de la manière la plus économique possible, est devenue une tâche très importante pour les systèmes électriques modernes [1], [2]. La planification

hydrothermale consiste à la minimisation du coût total d'exploitation du système, représenté par le coût du combustible nécessaire à la production thermique du système sur l'horizon de planification, sous réserve de diverses contraintes thermiques et hydrauliques [3]. Toutefois, une prédiction de la demande d'énergie et de l'approvisionnement futurs en eau du système est supposée être disponible pour l'intervalle de planification [4]. Cependant, selon l'horizon de planification, on distingue trois types de planification hydrothermale à savoir la planification à long terme (5 ans et plus), la planification à moyen terme (1 à 2 ans) et la planification à court terme (1 à 15 jours). Par ailleurs, la planification à court terme est l'un des questions principales relatives à l'exploitation des systèmes électriques [5]. Il s'agit d'un problème d'optimisation non linéaire et complexe à grande échelle [6] qui a souvent fait objet de plusieurs recherches. Ce qui a permis le développement de plusieurs méthodes de résolutions.

D'une part, on rencontre les méthodes conventionnelles telles que la Programmation dynamique, la méthode Lambda-Gamma [7], [8], la méthode de gradient [9], la méthode de relaxation de Lagrange [10], la méthode de Newton Raphson [4], etc. qui ont été les premières à être développées. D'autre part, il y a les méthodes évolutionnaires telles que la méthode Génétique [11], méthode de recherche de nourriture par les bactéries [6], la méthode d'Essaim de Particules [12], la méthode de colonie artificielle des abeilles [2], etc. qui se sont vues beaucoup plus développées depuis quelques années et qui sont de plus en plus utilisées à cause de multiples avantages (haute précision, rapidités des opérations,...) qu'elles offrent par rapport aux méthodes conventionnelles. Toutefois, ces dernières trouvent toujours une place de choix dans la résolution des problèmes de planification de la production pour des problèmes convexes à cause de leur efficacité dans la résolution des problèmes d'optimisation, leur solide base mathématique et la disponibilité d'outils logiciels établis [6].

Dans cet article, deux méthodes classiques sont présentées et appliquées à la résolution d'un problème de planification de la production hydrothermale à court terme. Il s'agit de la méthode Lambda-gamma dont l'algorithme a été révisé et de la méthode de Newton-Raphson dont l'algorithme a été tiré de [4]. Cet algorithme Lambda-Gamma révisé dans lequel on retrouve à la fois les solutions des équations de coordination, le sens d'ajustement des paramètres Lambda et Gamma prend aussi en compte les contraintes pratiques de limite de puissance des générateurs. Cependant, le choix de l'algorithme approprié pour la résolution d'un problème de planification hydrothermale est une étape très importante et difficile surtout lorsqu'on n'a pas assez d'informations sur leurs performances. C'est dans ce cadre qu'une étude comparée des performances de deux algorithmes est faite. Il s'agit des algorithmes de Newton Raphson-Approximatif et de l'algorithme de Lambda-Gamma révisé.

Ainsi donc, pour y arriver, cet article est organisé comme suit : Dans la section 2, la formulation du problème de planification de la production hydrothermale à court terme est faite. Dans la section 3 les algorithmes utilisés sont présentés, et dans la section 4, on y retrouve les résultats de simulation, l'interprétation de résultats et la validation de l'algorithme.

## 2 FORMULATION DU PROBLÈME

Le problème concerne l'exploitation économique à court terme d'un système de production d'électricité qui comprend à la fois de ressources hydroélectriques et thermiques. Le système de génération hydrothermale considéré comprend N unités de production thermiques et M unités de production hydroélectrique avec M+N le nombre total des unités de production. Il faudra plus particulièrement trouver la puissance générée par chaque centrale pendant l'intervalle de temps défini de 0 à T [4].

### 2.1 FONCTION OBJECTIF

La fonction objectif est définie par :

$$F_T = \int_0^T \sum_{i=1}^N F_i(P_i(t)) dt \quad (1)$$

Où :  $P_i(t)$  est la puissance générée par la centrale  $i$  pendant un temps  $t$   
 $N$  est le nombre des centrales thermiques  
 $T$  est la période (horizon) de planification

$F_i(P_i(t))$  est le coût de combustible de l'unité  $i$  et peut être exprimé approximativement par :

$$F_i(P_i(t)) = a_i P_i^2(t) + b_i P_i(t) + c_i \quad (2)$$

Où  $a_i, b_i$  et  $c_i$  sont les coefficients de de coût de la centrale  $i$ .

## 2.2 MODÈLE HYDROÉLECTRIQUE

D'après Glimn-Kirchmayer, la caractéristique d'entrée-sortie d'une unité de production hydroélectrique est exprimée par la variation du débit d'eau en fonction de la puissance générée et de la hauteur nette comme suit [6], [13] :

$$q_j(t) = K\psi(h_j(t))\phi(P_{j+N}(t)) \quad (3)$$

Où :  $q_j(t)$  : débit d'eau du réservoir  $j$  à l'instant  $t$ .

$K$  : Constante de proportionnalité

$h_j(t)$  : Hauteur effective du réservoir  $j$  à l'instant  $t$

$P_{j+N}(t)$  : Puissance produite par l'unité hydroélectrique  $j$  à l'instant  $t$

$\psi$  et  $\phi$  : fonctions indépendantes définies comme suit :

$$\psi(h_j(t)) = a_0 + a_1h_j(t) + a_2h_j^2(t) \quad (4)$$

$$\phi(P_{j+N}(t)) = b_0 + b_1P_{j+N}(t) + b_2P_{j+N}^2(t) \quad (5)$$

Où  $a_0, a_1, a_2, b_0, b_1, b_2$  sont les coefficients du modèle hydroélectrique.

Pour le cas de réservoir de grande capacité, il est pratique de supposer constante la hauteur effective dans la période de planification. La fonction  $\psi(h_j)$  est donc constante et l'équation (3) devient alors :

$$q_j(t) = K'\phi(P_{j+N}(t)) \quad (6)$$

$K'$  est la nouvelle constante formée par le produit de  $K$  et  $\psi(h_j)$ .

La performance hydroélectrique est donc définie par une fonction quadratique comme suit :

$$q_j(t) = x_jP_{j+N}^2 + y_jP_{j+N} + z_j \quad (7)$$

Où  $x_j, y_j$  et  $z_j$  sont les coefficients de débit de l'unité hydroélectrique  $j$

## 2.3 CONTRAINTES

Le problème de planification pour un temps court d'un système hydrothermal à hauteur fixe est soumis aux contraintes suivantes :

### 2.3.1 ÉGALITÉ DE PUISSANCE RÉELLE

Pour chaque intervalle de temps de la période de planification, la somme de puissances générée doit être égale à la puissance totale demandée plus les pertes dans les lignes de transmission. Ce qui s'exprime par :

$$\sum_{i=1}^{N+M} P_i(t) = P_D(t) + P_L(t) \quad (8)$$

Où :  $P_D(t)$  est la puissance demandée pendant le sous intervalle de temps;

$P_L(t)$  : est la puissance perdue dans la ligne de transmission pendant le sous intervalle de temps;

$P_i(t)$  : est la puissance générée par la centrale  $i$  pendant le sous intervalle de temps.

### 2.3.2 LIMITES DE PRODUCTION

Dénommées contraintes de sécurité, elles caractérisent les limites minimales et maximales tolérées en terme de puissance active produite par chaque centrale [14].

$$P_i^{min_i(t)} \leq P_i \leq P_i^{max} \quad (9)$$

Où :  $P_i^{min}$  est la puissance minimale de la centrale  $i$ .

$P_i^{max}$  est la puissance maximale de la centrale  $i$

### 2.3.3 CONTRAINTE HYDRAULIQUE

La contrainte de disponibilité de l'eau peut être définie sous la forme discrète comme suit :

$$\sum_{k=1}^T t_k q_{jk} = V_j \quad (j = 1, 2, \dots, M) \quad (10)$$

### 2.4 PERTES DE TRANSMISSION

Il existe plusieurs méthodes pour calculer les pertes de transmission dans une ligne. L'approche la plus commune pour modéliser les pertes de transmission dans un système utilise la formule d'approximation de pertes de Kron en termes de coefficients  $B$ . Elle s'exprime comme suit :

$$P_L(t) = \sum_{i=1}^{N+M} \sum_{j=1}^{N+M} P_i(t) B_{ij} P_j(t) + \sum_{i=1}^{N+M} B_{i0} P_i(t) + B_{00} \quad (11)$$

Où :  $B_{ij}, B_{i0}, B_{00}$  sont les  $B$  coefficients.

### 2.5 FORMULATION DE LAGRANGE

Pour transformer ce problème sous contraintes à un problème sans contrainte, la formulation de Lagrange a été utilisée. Pour ce problème de planification hydrothermale à court terme, La fonction de Lagrange s'écrit donc comme suit :

$$L(P_{ik}, \lambda_k, \gamma_j) = \sum_{k=1}^T \sum_{i=1}^N t_k F_i(P_{ik}) + \sum_{k=1}^T \sum_{j=1}^M \gamma_j t_k q_{jk} + \sum_{k=1}^T \lambda_k [P_{Dk} + P_{Lk} - \sum_{i=1}^{N+M} P_{ik}] - \sum_{j=1}^M \gamma_j V_j \quad (12)$$

Où :  $\lambda_k$  est le coût différentiel de la puissance  
 $\gamma_j$  est un facteur de conversion de l'eau  
 $T$  est le temps total de planification.

Les conditions d'optimalité sont obtenues en faisant la dérivée partielle de l'équation (12) en fonction des paramètres de décision  $P_{ik}, \lambda_k$  et  $\gamma_j$  [4]. Les équations de coordination obtenues sont donc :

$$t_k \frac{\partial F_i}{\partial P_{ik}} + \lambda_k \left[ \frac{\partial P_{LK}}{\partial P_{ik}} - 1 \right] = 0 \quad (13)$$

$$\gamma_j t_k \frac{\partial q_{jk}}{\partial P_{mk}} + \lambda_k \left[ \frac{\partial P_{LK}}{\partial P_{mk}} - 1 \right] = 0 \quad (14)$$

Où :  $m = N + j$

## 3 SOLUTIONS TECHNIQUES

Pour trouver la solution optimale de ce problème d'optimisation, plusieurs algorithmes ont été développés. Toutefois, dans le cadre de cet article, seuls deux algorithmes sont utilisés. Il s'agit de l'algorithme de lambda-gamma révisé ainsi que celui de Newton-Raphson Approximatif.

### 3.1 PLANIFICATION AVEC L'ALGORITHME DE NEWTON-RAPHSON APPROXIMATIF

La méthode de Newton Raphson Approximatif est obtenue en appliquant la méthode de Newton-Raphson pour résoudre les équations de coordination (13) et (14) tout en prenant en compte les contraintes hydrauliques et d'égalité de puissance. Ensuite les termes en  $B_{ij}$  lorsque  $i \neq j$  sont négligés. Il en ressort les éléments suivants [4] :

$$k_{ik}^0 = \sum_{j=1}^{N+M} 2B_{ij} P_{jk}^0 + B_{i0} \quad (15)$$

Pour ( $i = 1, 2, \dots, N; k = 1, 2, \dots, T$ )

$$\alpha_{ik} = t_k (2a_i P_{ik}^0 + b_i) \quad (16)$$

$$X_{ik} = 2(t_k a_i + \lambda_k^0 B_{i0}) \quad (17)$$

Pour  $(j = 1, 2, \dots, M; m = j + N)$

$$\beta_{jk} = t_k(2x_j P_{mk}^0 + y_j) \quad (18)$$

$$Y_{jk} = 2(\gamma_j^0 t_k x_j + \lambda_k^0 B_{mm}) \quad (19)$$

$$C_k = \sum_{i=1}^N \frac{(1-K_{ik}^0)^2}{X_{ik}} + \sum_{j=1}^M \frac{(1-K_{mk}^0)^2}{Y_{jk}} \quad (20)$$

$$D_{jk} = \frac{(1-K_{mk}^0)^2}{Y_{jk}} \quad (21)$$

$$F_k = (P_{Dk} + P_{Lk}^0 - \sum_{i=1}^{N+M} P_{ik}^0) + \sum_{i=1}^N \frac{(1-K_{ik}^0)\alpha_{ik}}{X_{ik}} \quad (22)$$

$$H_j = \sum_{k=1}^T \frac{\beta_{jk}\beta_{jk}}{Y_{jk}} \quad (23)$$

$$O_j = V_j - \sum_{k=1}^T t_k q_{jk}^0 \quad (24)$$

Pour  $(j = 1, 2, \dots, M)$ ,

$$Q_{jj} = \left( \sum_{k=1}^T \frac{D_{jk}D_{jk}}{C_k} \right) - H_j \quad (25)$$

Pour  $(j = 1, 2, \dots, M; l = 1, 2, \dots, M, j \neq l)$ ,

$$Q_{jl} = \left( \sum_{k=1}^T \frac{D_{jk}D_{lk}}{C_k} \right) \quad (26)$$

$$R_j = O_j - \sum_{k=1}^T \frac{D_{jk}F_k}{C_k} \quad (27)$$

Pour  $(j = 1, 2, \dots, M)$ ,

$$\lambda_k^{new} = \frac{F_k}{C_k} + \sum_{j=1}^M \frac{D_{jk}}{C_k} \gamma_j^{new} \quad (28)$$

Pour  $(i = 1, 2, \dots, N)$

$$\Delta P_{ik} = \frac{(1-K_{ik}^0)\lambda_k^{new} - \alpha_{ik}}{X_{ik}} \quad (29)$$

Pour  $(j = 1, 2, \dots, M, m = j + N)$

$$\Delta P_{mk} = \frac{(1-K_{mk}^0)\lambda_k^{new} - \beta_{ik}\gamma_j^{new}}{Y_{ik}} \quad (30)$$

Il découle de ces calculs, l'algorithme suivant :

---

**Algorithme 1.** Newton-Raphson Approximatif [4].

---

1. Lire le nombre des unités thermiques  $N$ , le nombre de unités hydroélectriques  $M$ , le nombre de intervalles de temps  $T$ , les coefficients de coût  $a_i, b_i, c_i (i = 1, 2, \dots, N), B$  coefficients,  $B_{ij} (i = 1, 2, \dots, N + M; j = 1, 2, \dots, N + M)$ , les coefficients de débit  $x_j, y_j, z_j (j = 1, 2, \dots, M)$ , les puissances demandées pour chaque intervalle de temps  $P_{Dk} (k = 1, 2, \dots, T)$  et le volume d'eau disponible  $V_j (j = 1, 2, \dots, M)$ .
2. Calculer les valeurs initiales de  $P_{ik}^0 (i = 1, 2, \dots, N + M)$ ,  $\lambda_k^0$  et  $\gamma_j^0 (i = 1, 2, \dots, N + M)$  à partir des équations (37), (38) et (39) respectivement.

3. Démarrer le compteur d'itération à  $r = 1$ .
4. Calculer les variables  $k_{ik}^0, \alpha_{ik}$  à partir des équations (15) et (16),  $X_{ik}$  à partir de l'équation (17),  $\beta_{jk}$  par l'équation (18),  $Y_{jk}$  par l'équation (19),  $C_k$  par l'équation (20),  $D_{jk}$  par l'équation (21),  $F_k$  par l'équation (22),  $H_j$  par l'équation (23) et  $O_j$  par l'équation (24);
5. Calculer  $\gamma_j^{new}$  par la résolution des équations simultanées suivant en utilisant la méthode d'élimination de Gauss.

$$[Q_{jl}]_{M \times M} [\gamma_j]_{M \times 1} = [R]_{M \times 1} \quad (31)$$

Les équations (25), (26) et (27) permettent de calculer les éléments des matrices Q et R

6. Vérifier la convergence
  - Si  $|\gamma_j^{new} - \gamma_j^0| \leq \varepsilon$  alors aller à l'étape 12
7. Calculer  $\lambda_k^{new}$  à partir de l'équation (28)
8. Calculer  $\Delta P_{ik} (i = 1, 2, \dots, N + M)$  en utilisant les équations (29) et (30).
9. Calculer la nouvelle valeur de  $P_{ik}^{new}$  comme suit :

$$P_{ik}^{new} = P_{ik}^0 + \Delta P_{ik} \quad (32)$$

10. Imposer les limites correspondantes comme suit :

$$P_{ik}^{new} = \begin{cases} P_i^{\max}; & \text{if } P_{ik}^{new} \geq P_i^{\max} \\ P_i^{\min}; & \text{if } P_{ik}^{new} \leq P_i^{\min} \\ P_{ik}^{new}; & \text{otherwise} \end{cases} \quad (33)$$

11. Si le nombre d'itération est supérieur ou égal au nombre d'itération maximal ( $r \geq IT$ ), aller à l'étape 12 ;

Sinon, incrémenter le compteur d'itération de 1 ( $r = r + 1$ )

$$P_{ik}^0 = P_{ik}^{new} (i = 1, 2, \dots, N + M ; k = 1, 2, \dots, T) \quad (34)$$

$$\lambda_k^0 = \lambda_k^{new} (k = 1, 2, \dots, T) \quad (35)$$

$$\gamma_j^0 = \gamma_j^{new} (j = 1, 2, \dots, M) \quad (36)$$

Retour à l'étape 4 et répéter.

12. Calculer le coût optimal, les pertes, etc.
13. Stop

### 3.2 PLANIFICATION AVEC L'ALGORITHME DE LAMBDA GAMMA RÉVISÉ

Cet algorithme permet d'obtenir la solution optimale par ajustement de paramètres et pour satisfaire les contraintes. L'algorithme développé dans ce travail est le suivant :

#### Algorithme 2. Lambda-Gamma Révisé.

1. Lire le nombre des unités thermiques  $N$ , le nombre de unités hydroélectriques  $M$ , le nombre de intervalles de temps  $T$ , les coefficients de coût  $a_i, b_i, c_i (i = 1, 2, \dots, N)$ , les coefficients  $B, B_{ij} (i = 1, 2, \dots, N + M; j = 1, 2, \dots, N + M)$ , les coefficients

de débit  $x_j, y_j, z_j (j = 1, 2, \dots, M)$ , les puissances demandées pour chaque intervalle de temps  $P_{Dk} (k = 1, 2, \dots, T)$  et le volume d'eau disponible  $V_j (j = 1, 2, \dots, M)$ .

2. Calculer les valeurs initiales de  $P_{ik}^0 (i = 1, 2, \dots, N + M)$ ,  $\lambda_k^0$  et  $\gamma_j^0 (i = 1, 2, \dots, N + M)$  comme suit :

- La puissance demandée est équitablement distribuée aux générateurs thermiques et hydrauliques pour chaque intervalle de temps.

Pour  $(i = 1, 2, \dots, N + M; k = 1, 2, \dots, T)$

$$P_{ik}^0 = \frac{P_{Dk}}{N+M} \quad (37)$$

- En supposant nulles les pertes de transmission

$$\lambda_k^0 = 2a_i P_{ik}^0 + b_i \quad (38)$$

- Le facteur de conversion de l'eau est obtenu par :  $(j = 1, 2, \dots, M; m = j + N)$

$$\gamma_j^0 = \frac{\lambda_j^0}{2x_j P_{mk}^0 + y_j} \quad (39)$$

3. Considérer  $\gamma_j^0$  tel que calculé à l'étape 2

4. Mettre le compteur de temps à 1.

5. Résoudre les équations de coordination (13) et (14).

6. Intégrer les limites de génération comme suit :

$$P_{ik} = \begin{cases} P_i^{\max}, & \text{si } P_{ik} \geq P_i^{\max} \\ P_i^{\min}, & \text{si } P_{ik} \leq P_i^{\min} \\ P_{ik}, & \text{autrement} \end{cases} \quad (40)$$

7. Vérifier la convergence :

$$\Delta P_k = (P_{Dk} + P_{Lk} - \sum_{i=1}^{N+M} P_{ik}) \leq \varepsilon_1 \quad (41)$$

- Si la convergence n'est pas atteinte alors, ajuster la valeur de  $\lambda_k$  comme suit :

$$\text{Si } \Delta P_k > 0 \text{ alors } \lambda_k^{\text{new}} > \lambda_k^{\text{old}} \text{ ou,}$$

$$\text{Si } \Delta P_k < 0 \text{ alors } \lambda_k^{\text{new}} < \lambda_k^{\text{old}}$$

Et retour à l'étape 5.

- Si la convergence est atteinte, aller à l'étape 8

8. Calculer le débit  $q_{mk}$

9. Vérifier si le compteur de temps a atteint la limite de temps.

- Si  $k < T$  alors  $k^{\text{new}} = k^{\text{old}} + 1$  et retour à l'étape 5
- Si  $k = T$  alors aller à l'étape 10.

10. Vérifier si la quantité d'eau totale consommée est égale à la quantité d'eau totale donnée. C'est à dire :

$$\text{Si } |\Delta V_j| = \left| \sum_{k=1}^T t_k q_{jk} - V_j \right| \leq \varepsilon_2 \text{ aller à l'étape 11}$$

- Sinon, ajuster la valeur de  $\gamma_j$  comme suit :

$$\text{Si } \Delta V_j > 0, \text{ alors } \gamma_j^{\text{new}} > \gamma_j^{\text{old}} \text{ ou,}$$

Si  $\Delta V_j < 0$ , alors  $\gamma_j^{new} < \gamma_j^{old}$  et retour à l'étape 4.

11. Calculer le coût total

12. Afficher les résultats

---

#### 4 RÉSULTATS, DISCUSSION ET VALIDATION DE L'ALGORITHME

Les algorithmes proposés ont été implémentés en MATLAB et testés sur quatre systèmes test tirés de la littérature. Le premier cas consiste à un système hydrothermal constitué de deux centrales dont une thermique et une hydroélectrique. Le deuxième consiste à un système hydrothermal avec quatre centrales dont trois thermiques et une hydroélectrique. Le troisième est un système hydrothermal avec quatre centrales dont deux thermique et deux hydroélectriques tandis que le quatrième cas est un système avec trois centrales dont une thermique et deux hydroélectriques. La validation des résultats de l'algorithme lambda-gamma est faite après une comparaison résultats avec ceux obtenus dans [11], [6] et [15]

##### 4.1 CARACTÉRISTIQUES ET DONNÉES DES SYSTÈMES TESTS

Pour tous les cas, la période de planification est de 1 jour divisé en 24 intervalles de temps de 1h chacun.

###### 4.1.1 CAS 1

Le système hydrothermal considéré consiste en deux centrales dont une thermique et une hydroélectrique. La fonction coût de la centrale thermique est donnée par :

$$F_1(P_1(t)) = 0.001991P_1^2(t) + 9.606P_1(t) + 373.7 \quad \frac{\$}{h}$$

Le débit en fonction de la puissance fournie de la centrale hydroélectrique est donné par :

$$q_1(P_2(t)) = 0.0007749P_2^2(t) - 0.009079P_2(t) + 61.53 \quad \frac{Mft^3}{h}$$

On suppose que le réservoir est large et que le volume d'eau disponible est de  $2559.6m^3$ . Les coefficients  $B$  de pertes du réseau électrique sont donnés par :

$$B = \begin{bmatrix} 0.00005 & 0.00001 \\ 0.00001 & 0.00150 \end{bmatrix} MW^{-1}; B_0 = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.0 \end{bmatrix} MW^{-1} \text{ et } B_{00} = 0.0 MW^{-1}$$

###### 4.1.2 CAS 2

Le système hydrothermal considéré consiste en quatre centrales dont trois thermiques et une hydroélectrique. Les fonctions coût de centrales thermiques sont données par :

$$F_1(P_1(t)) = 0.01P_1^2(t) + 0.1P_1(t) + 100 \quad \$/h$$

$$F_2(P_2(t)) = 0.02P_2^2(t) + 0.1P_2(t) + 120 \quad \$/h$$

$$F_3(P_3(t)) = 0.01P_3^2(t) + 0.2P_3(t) + 150 \quad \$/h$$

Le débit en fonction de la puissance fournie par la centrale hydroélectrique est donné par :

$$q(P_4(t)) = 0.06P_4^2(t) + 20P_4(t) + 140 \quad Mft^3/h$$

On suppose le réservoir large et que le volume d'eau disponible est de  $25000Mft^3$ . Les coefficients  $B$  de pertes du réseau électrique sont donnés par :

$$B = 10^{-3} \begin{bmatrix} 0.50 & 0.05 & 0.20 & 0.03 \\ 0.05 & 0.04 & 0.18 & -0.11 \\ 0.20 & 0.18 & 0.50 & -0.12 \\ 0.03 & -0.11 & -0.12 & 0.23 \end{bmatrix} MW^{-1} ; B_0 = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{bmatrix} MW^{-1} \text{ et } B_{00} = 0.0 MW^{-1}$$

Les conditions limites du problème sont définies par les puissances maximales et minimales des centrales. Elles sont les suivantes :

$$\begin{aligned} 50MW &\leq P_1(t) \leq 200MW \\ 40MW &\leq P_2(t) \leq 170MW \\ 30MW &\leq P_3(t) \leq 215MW \\ 10MW &\leq P_4(t) \leq 100MW \end{aligned}$$

#### 4.1.3 CAS 3

Le système hydrothermal considéré consiste en quatre centrales dont une thermique et deux hydro-électriques. La fonction coût de la centrale thermique est données par :

$$F_1(P_1(t)) = 0.01P_1^2(t) + 3.0P_1(t) + 15 \quad \$/h$$

Les débits en fonction de puissances fournies par les centrales hydroélectriques sont donnés par :

$$q_1(P_2(t)) = 0.00005P_2^2(t) + 0.03P_2(t) + 0.2 \quad Mft^3/h$$

$$q_2(P_3(t)) = 0.00001P_3^2(t) + 0.06P_3(t) + 0.4 \quad Mft^3/h$$

On suppose réservoirs sont larges, le volume d'eau disponible pour la première centrale de  $25.0Mft^3$  et pour la deuxième de  $35.0Mft^3$ . Les coefficients  $B$  de pertes du réseau électrique sont donnés par :

$$B = 10^{-3} \begin{bmatrix} 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.5 \end{bmatrix} MW^{-1} ; B_0 = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{bmatrix} MW^{-1} \text{ et } B_{00} = 0.0 MW^{-1}$$

#### 4.1.4 CAS 4

Le système hydrothermal considéré consiste en quatre centrales dont deux thermiques et deux hydro-électriques. Les fonctions coût des centrales thermiques sont données par :

$$F_1(P_1(t)) = 0.0025P_1^2(t) + 3.2P_1(t) + 25 \quad \$/h$$

$$F_2(P_2(t)) = 0.0008P_2^2(t) + 3.4P_2(t) + 30 \quad \$/h$$

Les débits en fonction de puissances fournies par les centrales hydroélectriques sont donnés par :

$$q_1(P_3(t)) = 0.000216P_3^2(t) + 0.306P_3(t) + 1.98 \quad Mft^3/h$$

$$q_2(P_4(t)) = 0.00036P_4^2(t) + 0.612P_4(t) + 0.936 \quad Mft^3/h$$

On suppose les réservoirs larges, le volume d'eau disponible pour la première centrale de  $2500.0Mft^3$  et pour la deuxième de  $2100.0Mft^3$ . Les coefficients  $B$  de pertes du réseau électrique sont donnés par :

$$B = 10^{-3} \begin{bmatrix} 0.50 & 0.05 & 0.20 & 0.03 \\ 0.05 & 0.04 & 0.18 & -0.11 \\ 0.20 & 0.18 & 0.50 & -0.12 \\ 0.03 & -0.11 & -0.12 & 0.23 \end{bmatrix} MW^{-1} ; B_0 = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{bmatrix} MW^{-1} \text{ et } B_{00} = 0.0 MW^{-1}$$

## 4.2 RÉSULTATS

### 4.2.1 CAS 1

Le tableau 1 donne une comparaison entre les coûts minimaux de combustible obtenus par les deux algorithmes.

Tableau 1. Comparaison des résultats pour le cas 1

Variables	Lambda-Gamma-Révisé	Newton-Raphson-Approximatif
Coût [\$/jour]	95974	96024.37
Gamma [\$/Mft <sup>3</sup> ]	28,1509	28.1773

On déduit de ce tableau que l'algorithme Lambda-Gamma révisé donne un meilleur résultat en terme de coût (95974\$/jour) par rapport à la méthode de Newton-Raphson (96024.37\$/jour).

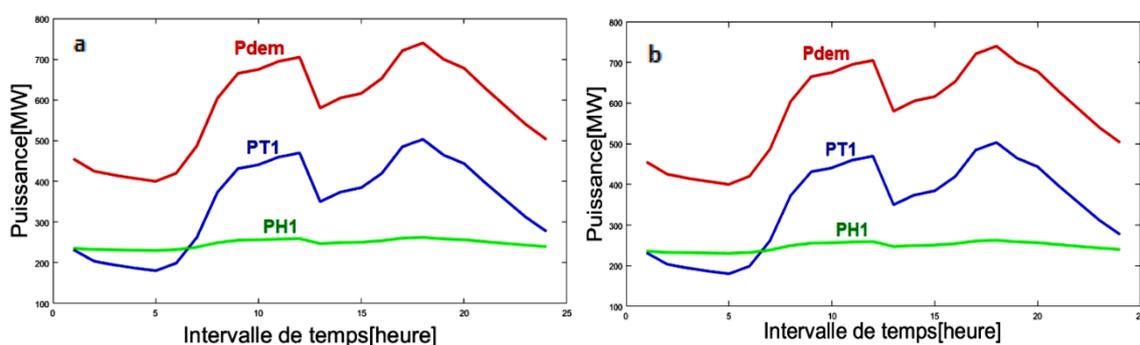


Fig. 1. Puissance demandée et solution optimale a) Algorithme de NR-A et b) Algorithme L-G-R

Les figures 1.a) et 1.b) donnent l'allure de l'évolution dans le temps de la puissance demandée (Pd) et des puissances optimales qui doivent être fournies par les centrales hydroélectriques (PH1) et Thermique (PT1). Pour ce cas ici, on constate que l'allure des courbes est presque identiques et que la puissance fournie par la centrale hydroélectrique est presque constante sauf qu'il y a de petites variations pendant les heures de pointe.

### 4.2.2 CAS 2

Le tableau 2 donne une comparaison entre les coûts minimaux de combustible obtenus par les deux algorithmes.

Tableau 2. Comparaison des résultats pour le cas 2

Variables	Lambda-Gamma-Révisé	Newton-Raphson-Approximatif
Coût [\$/jour]	24279	23898
Gamma [\$/Mft <sup>3</sup> ]	0.1817	0.1613

On déduit de ce tableau que l'algorithme Newton-Raphson donne un meilleur résultat en termes de coût (23898\$/jour) par rapport à l'algorithme de Lambda-Gamma révisé (24279\$/jour). Cependant, on peut remarquer que ce coût minimal obtenu par l'algorithme de Newton-Raphson approximatif n'est pas un coût optimal d'autant plus que la contrainte liée au volume d'eau disponible n'est pas respectée. La centrale hydroélectrique demande donc une quantité d'eau plus grande que celle qui est disponible.

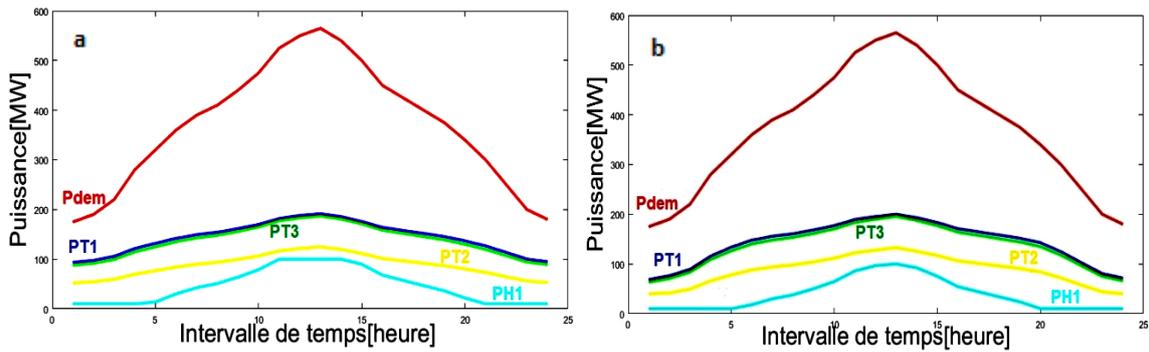


Fig. 2. Puissance demandée et solution optimale a) Algorithme de NR-A et b) Algorithme L-G-R

Les figures 2.a) et 2.b) donnent l'allure de l'évolution dans le temps de la puissance demandée ( $P_d$ ) et des puissances optimales qui doivent être fournies par les centrales Thermiques (PT1, PT2, PT3) et hydroélectrique (PH1). Pour ce cas ici, on constate que la puissance fournie par la centrale hydroélectrique est beaucoup plus sollicitée dans le cas de l'algorithme de Newton Raphson Approximatif que dans le cas de l'algorithme Lambda-Gamma-révisé. Cela peut s'expliquer par la présence des limites des puissances pour les générateurs.

#### 4.2.3 CAS 3

Le tableau 3 donne une comparaison entre les coûts minimaux de combustible obtenus par les deux algorithmes.

Tableau 3. Comparaison des résultats pour le cas 3

Variables	Lambda-Gamma-Révisé	Newton-Raphson-Approximatif
Coût [\$/jour]	848.3461	848.3409
Gamma [\$/Mft <sup>3</sup> ]	90.6788	90.6691
	48.5325	48.5329

On déduit de ce tableau que le coût minimal obtenu par l'algorithme Lambda-Gamma-révisé (848,3461\$/jour) et celui obtenu par la méthode de Newton-Raphson (848,3409\$/jour) sont identiques à quelques millièmes près.

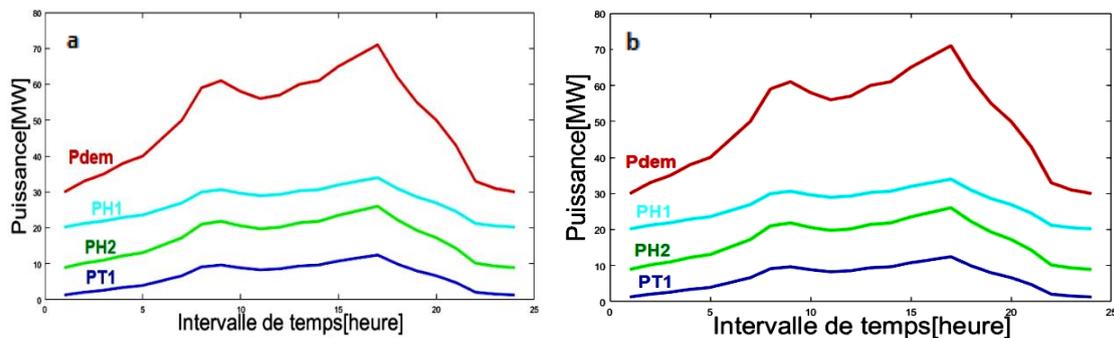


Fig. 3. Puissance demandée et solution optimale a) Algorithme de NR-A et b) Algorithme L-G-R

Les figures 3.a) et 3.b) donnent l'allure de l'évolution dans le temps de la puissance demandée ( $P_d$ ) et des puissances optimales qui doivent être fournies par la centrale Thermique (PT1) et les centrales hydroélectriques (PH1, PH2). Pour ce cas ici, on constate que les courbes obtenus par les deux algorithmes sont identiques et que comme dans les autres cas, les centrales hydroélectriques sont beaucoup plus sollicitées pendant les heures de pointe.

#### 4.2.4 CAS 4

Le tableau 4 donne une comparaison entre les coûts minimaux de combustible obtenus par les deux algorithmes.

Tableau 4. Comparaison des résultats pour le cas 4

Variables	Lambda-Gamma-Révisé	Newton-Raphson-Approximatif
Coût [\$/jour]	53051	53051
Gamma [\$/Mft <sup>3</sup> ]	9.4664	9.4658
	5.7037	5.7000

On déduit de ce tableau que le coût minimal obtenu par l’algorithme Lambda-Gamma-révisé (53051\$/jour) et celui obtenu par la méthode de Newton-Raphson (53051\$/jour) sont identiques.

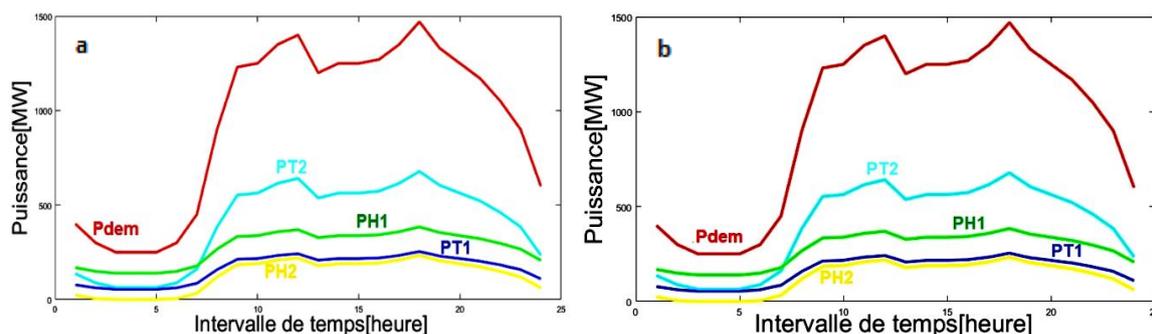


Fig. 4. Puissance demandée et solution optimale a) Algorithme de NR-A et b) Algorithme L-G-R

Les figures 4.a) et 4.b) donnent l’allure de l’évolution dans le temps de la puissance demandée (Pdem) et des puissances optimales qui doivent être fournies par les centrales Thermiques (PT1, PT2) et hydroélectriques (PH1, PH2). Pour ce cas ici, on constate que les courbes obtenues par les deux algorithmes sont identiques. Comme dans les autres cas, les centrales hydroélectriques sont beaucoup plus sollicitées pendant les heures de pointe et fournissent des puissances presque constantes pendant les autres heures.

#### 4.3 VALIDATION DE L’ALGORITHME

Le tableau 5 donne une comparaison entre les coûts minimaux de combustible obtenus par les deux algorithmes avec d’autres résultats obtenus par différents algorithmes de la littérature. Il s’agit de l’Algorithme de Génétique (G-A), l’algorithme Lambda-Gamma Classique (L-G-C) développé dans [15], de l’algorithme Newton Raphson (N-R) développé dans [16] et de l’algorithme modifié de recherche des bactéries développé dans [6].

Tableau 5. Comparaison avec les résultats existants par rapport aux coûts

	Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4
L-G révisé	95974	24279	848.3461	53051
NR-A	96024.37	-	848.3409	53051
Ref [15] Algo-Généétique	96024.344	-	848.326	53051.708
Ref [16] Lambda-Gamma (L-G)	96024.413	-	848.359	53051.791
Ref [17] N-R	96024.37	-	848.346	53051.470
Ref [6]	-	24267.41	848.25	-

De ce tableau, on déduit que les résultats obtenus sont meilleurs par rapport à ceux obtenus dans [15] et [16]. Toutefois, de manière globale les résultats sont presque identiques. Cette conformité entre les résultats obtenus avec ceux de la littérature permet de valider l’algorithme proposé.

## 5 CONCLUSION

Cet article présentait la résolution d’un problème de planification hydrothermale à court terme par l’algorithme Lambda-Gamma-révisé. Ensuite, les performances de ce dernier ont été comparées avec celles de l’algorithme de Newton Raphson Approximatif. Il en résulte que l’algorithme proposé est plus performant par rapport à l’algorithme de Newton-Raphson Approximatif en termes de

robustesse d'autant plus que l'algorithme de Newton Raphson Approximatif converge vers un minimum local lorsque les limites de puissance des générateurs sont prises en compte. Ce qui n'est pas le cas pour l'algorithme de Lambda-Gamma-révisé qui converge vers un minimum global même quand ces limites de puissance sont prises en compte. En plus, étant donné que les résultats obtenus sont en conformité avec les résultats obtenus dans la littérature, on peut donc dire que l'algorithme est valide.

## REFERENCES

- [1] S. Padmini et C. C. A. Rajan, « Improved PSO for short term hydrothermal scheduling », in *International Conference on Sustainable Energy and Intelligent Systems (SEISCON 2011)*, Chennai, India, 2011, p. 332-334. doi: 10.1049/cp.2011.0384.
- [2] « Salama et al. - 2013 - Short Term Optimal Generation Scheduling of Fixed .pdf ». .
- [3] « Salama et al. - 2015 - Solving Short Term Hydrothermal Generation Schedul.pdf ». .
- [4] « Kothari\_D.P.,\_Dhillon\_J.S.\_-Power\_System\_Optimization [1].pdf ». .
- [5] A. Talebi et A. Sadeghi-Yazdankhah, « Coordinated Scheduling of Hydro-Thermal-Gas Systems in the Short-Term Horizon », in *2019 International Power System Conference (PSC)*, Tehran, Iran, déc. 2019, p. 579-583. doi: 10.1109/PSC49016.2019.9081534.
- [6] « Talebi et Sadeghi-Yazdankhah - 2019 - Coordinated Scheduling of Hydro-Thermal-Gas System.pdf ». .
- [7] « Wood et al. - Power Generation, Operation and Control.pdf ». .
- [8] J. Zhu, « Optimization of Power System Operation », p. 665.
- [9] S. K. Agarwal et I. J. Nagrath, « Optimal scheduling of hydrothermal systems », *Proc. Inst. Electr. Eng. UK*, vol. 119, n° 2, p. 169, 1972, doi: 10.1049/piee.1972.0035.
- [10] W. Ongsakul et V. N. Dieu, *Artificial Intelligence in Power System Optimization*, 0 éd. CRC Press, 2016. doi: 10.1201/b14906.
- [11] B. Ramesh kumar, M. Murali, M. Sailaja Kumari, et M. Sydulu, « Short-range fixed head hydrothermal scheduling using Fast genetic algorithm », in *2012 7th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA)*, Singapore, Singapore, juill. 2012, p. 1313-1318. doi: 10.1109/ICIEA.2012.6360925.
- [12] M. O. Hassan, E. Z. Yahia, et G. A. Mohammed, « Short Term Hydrothermal Scheduling Using Particle Swarm Optimization », *International Journal of Advance Engineering and Research Development*, vol. 3, n° 11, p. 6.
- [13] M. E. El-Hawary et M. Kumar, « OPTIMAL PARAMETER ESTIMATION FOR HYDRO-PLANT PERFORMANCE MODELS IN ECONOMIC OPERATION STUDIES », p. 6.
- [14] R. Belhachem, F. Benhamida, A. Bendaoued, et Y. Ramdani, « Résolution de Dispatching Optimal en Combinant l'Écoulement de Puissance pour le Calcul des Pertes », vol. 53, n° 1, p. 7, 2012.
- [15] M.E. El-Hawary et J. K. Landrigan, « Optimum operation of fixed-head hydro-thermal electric power systems: powell's hybrid method versus Newton-Raphson method », vol. PAS-101, n° 3, p. 547-553, mars 1982.
- [16] J. Sasikala et M. Ramaswamy, « Optimal gamma based fixed head hydrothermal scheduling using genetic algorithm », *Expert Systems with Applications*, vol. 37, n° 4, p. 3352-3357, avr. 2010, doi: 10.1016/j.eswa.2009.10.015.