International Journal of Innovation and Scientific Research
ISSN 2351-8014 Vol. 66 No. 2 May. 2023, pp. 306-316

http://www.ijisr.issr-journals.org/

Etude expérimentale d'une situation didactique: « Jeu des cases cachées » pour l'apprentissage des suites arithmétiques et géométriques en 3e année des humanités scientifiques en République Démocratique du Congo

[Experimental study of a didactic situation: «Hidden cages game» for the learning of arithmetic and geometric succession numbers in the 3rd form of scientific secondary schools in Democratic Republic of Congo]

Bola Masasa Frédéric

Chef de Travaux, Institut Supérieur d'Architecture et d'Urbanisme (ISAU), Kinshasa, RD Congo

ABSTRACT: In this study, we propose to realize a didactic engineering on the notion of arithmetic and geometric succession numbers through the «hidden cages game». We went from the society game called « kede game » seeming the game of marelle, which we transformed in a class game we named « hidden cages game » as a basic didactic situation for the learning of arithmetic and geometric succession numbers. From this basic situation, a didactic progression with pupils' procedures was conceived and has been subjected to the experimentation in a real class. The transformed game consists of filling in the empty cages of a two-column table, subdivided into 6 cages each, which the learner must complete by performing an arithmetic and geometric succession numbers. We resorted to the group work method during our experimental sessions to implement the four didactic moments: action moment, formation moment, proof or validation moment, institutionalization moment. In confronting the a priori analysis and the posteriori analysis, we validated the didactic progression in question which can be used for teaching and learning of arithmetic and geometric succession numbers.
At the end of this study, we concluded that didactic variables from hidden cages game allow us to conceive a didactic progression for the learning of the concept of arithmetic and geometric succession numbers.

KEYWORDS: didactic engineering, a priori analysis, a posteriori analysis, proceeding, didactic progression.

RESUME: Dans cette étude, nous nous proposons de réaliser une ingénierie didactique sur la notion des suites arithmétiques et géométriques à travers le jeu des cases cachées. Nous sommes partis d'un jeu de société dénommé « jeu de kede«, s'apparentant au jeu de marelle, que nous avons transformé en « jeu des cases cachées», comme situation didactique de base pour l'apprentissage des suites arithmétiques et géométriques. De cette situation de base, une progression didactique accompagnée des procédures d'élèves, a été conçue et soumise à l'expérimentation dans une classe réelle. Le jeu transformé consiste au remplissage des cases vides d'un tableau à deux colonnes, subdivisées en 6 cases chacune que l'apprenant doit compléter en effectuant une opération arithmétique dans le but d'apprendre les suites arithmétiques et géométriques. Nous avons opté pour la méthode de travail en groupe pendant nos séances expérimentales pour permettre la réalisation des quatre moments ci-après: moment d'action, moment de formulation, moment de preuve ou de validation et moment d'institutionnalisation. De la confrontation entre l'analyse a priori et l'analyse a posteriori, nous avons validé ladite progression, qui peut être utilisée pour l'enseignement-apprentissage des suites arithmétiques et géométriques. Au terme de cette étude, nous avons conclu que les situations-problèmes engendrées par les variables didactiques pertinentes issues du jeu des cases cachées permettent la conception d'une progression didactique pour l'apprentissage de la notion des suites arithmétiques et géométriques.

MOTS-CLEFS: ingénierie didactique, analyse a priori, analyse a posteriori, procédure, progression didactique.

1 INTRODUCTION

Le Ministère de l'Enseignement Primaire, Secondaire et Professionnel en République Démocratique du Congo avait publié en 2005 des nouveaux programmes des mathématiques pour l'enseignement secondaire. Ces programmes avaient pour innovation principale le passage de l'approche par objectifs à l'approche par des situations-problèmes. Cette approche nouvelle dans le système éducatif de la République Démocratique du Congo vise la construction des connaissances par l'apprenant, à travers des situations-problèmes [1].

Mais, l'inadéquation entre cette approche et la formation des enseignants sur le terrain avait bloqué pendant près d'une décennie la mise en œuvre desdits programmes. Il fallait attendre la reforme actuelle à travers le programme du Domaine d'Apprentissage des Sciences (D.A.S) [2] pour voir cette nouvelle vision s'appliquer progressivement, d'abord dans les classes de 7^{e} et 8^{e,} jadis 1ère et 2^{e} secondaires, et ensuite dans les classes actuelles de 1er et 2^{e} des humanités, jadis 3^{e} et 4^{e} des humanités et enfin dans les classes de 3e et 4^{e} années des humanités scientifiques autre fois 5^{e} et 6^{e} des humanités.

Le contexte actuel rattaché à la nouvelle réforme à travers le programme de DAS, impose les acteurs de migrer vers l'approche par des situations. Il y a donc nécessité pour les chercheurs en didactique des mathématiques d'orienter leurs recherches vers la conception des situations didactiques pouvant aider les enseignants de mathématiques à ce niveau d'études et amener les élèves à un bon apprentissage favorisant l'appropriation des notions mathématiques. La notion des Suites en 3^{e} année des humanités scientifiques a retenu notre attention, en vue de concevoir à partir d'un jeu de société, une situation didactique.

Peut-on trouver un jeu de société, en République démocratique du Congo, qui peut faciliter l'apprentissage des suites arithmétiques et géométriques en 3^{e} année des humanités scientifiques ?

Comment organiser ce jeu en progression didactique en vue de l'appropriation de la notion des suites numériques par les apprenants ?

Nous avons trouvé, dans l'arsenal des jeux, des œuvres d'art et divers activités culturelles de la République Démocratique du Congo, un jeu de société, « jeu de kede", dans lequel nous avons décelé des éléments permettant de construire une situation didactique pour l'apprentissage des suites arithmétiques et géométriques. Nous sommes donc là à la lisière entre la théorie des situations didactiques et de l'Ethnomathématique.

Nous pensons que les situations-problèmes engendrées à partir des variables didactiques pertinentes issues du jeu des cases cachées permettent l'apprentissage des suites arithmétiques et géométriques.

Dans sa conférence à Sao Paolo, en octobre 2006, intitulée « Didactique et Ethnomathématique », Guy Brousseau, cité par Mopondi [3], parle justement de rapport et d'articulation sur les deux approches. Selon lui, la Théorie des situations didactiques (TSD) étudie les conditions spécifiques de la diffusion des connaissances et des activités mathématiques. L'ethnomathématique étudie des concepts et des pratiques qui sont les produits d'une invention mathématique propre à des groupes ethniques; mais elle ne s'intéresse pas directement, a priori, aux moyens ni aux conditions de transmission de ces connaissances [3], [4].

Notre travail a comme fondement la théorie des situations didactiques de Guy Brousseau, qui prône la construction des savoirs à travers des situation-problèmes [5], [6], [7], [8]. Les travaux de Banwitiya Yeleko et Bola Amboka nous ont permis d'inclure l'aspect du sens à donner à la notion des suites arithmétiques et géométriques [9]. Les travaux de Mopondi B. et de Indenge sur l'ingénierie didactique concernant le jeu de ngola et le jeu des poules pour l'apprentissage respectivement de la division euclidienne et de la notion de l'espace [3], [10]; ainsi que les travaux de l'équipe de Maggy Schneider en Belgique sur le dénombrement [11] nous ont aidé de faire une ingénierie sur le jeu.

Les situations d'apprentissage sont généralement tirés des problèmes qui se trouvent dans les manuels ou ouvrages qui sont accessibles aux enseignants. Elles sont tirées aussi des activités et des jeux qu'on trouve dans la société des apprenants. Le travail supposé à faire est de rechercher des problèmes, des jeux et activités proches de la réalité des apprenants et de les traiter pour les transformer en situation d'apprentissage. L'analyse a priori fournit à l'auteur les moyens de prévoir ce qui peut arriver en termes de procédures de résolution ou d'explication au cours d'une séance; d'identifier des variables pertinentes, d'expliquer les comportements de l'acteur, de définir les objectifs d'apprentissage et d'élaborer une progression didactique [10], [12].

2 MÉTHODOLOGIE

La méthodologie principale dans notre recherche reste l'ingénierie didactique.

M. Artigue donne les caractéristiques et les phases de l'ingénierie didactique, vue comme méthodologie de recherche, de la manière suivante [13]:

- L'ingénierie didactique, vue comme méthodologie de recherche, se caractérise en premier lieu par un schéma expérimental basé sur des réalisations didactiques en classe, c'est-à-dire sur la conception, la réalisation, l'observation et l'analyse de séquences d'enseignement
- Les recherches ayant recours à des expérimentations en classe se situent le plus souvent dans une approche comparative avec validation externe basée sur la comparaison statistique des performances de groupes expérimentaux et de groupes témoins. Ce paradigme n'est pas celui de l'ingénierie didactique qui se situe, à l'opposé, dans le registre des études de cas et dont la validation est essentiellement interne, fondée sur la confrontation entre analyse a priori et analyse a posteriori

Une recherche ayant recours à la méthodologie d'ingénierie présente ces trois différentes phases:

2.1 Les Analyses Préalables

Dans cette recherche, les analyses préliminaires se focaliseront sur l'épistémologie de la notion des suites, l'analyse des programmes de 2005 et ceux de 2020 (DAS) en R.D. Congo.

2.2 Conception Et Analyse A Priori

Dans le cadre de notre recherche, nous partirons d'un jeu de société, communément appelé jeu de kede s'apparentant au jeu de marelle, qui sera transformé en jeu de classe comme situation de base. A partir du jeu transformé que nous nommons « jeu des cases cachées", nous relèverons les variables pertinentes qui permettrons la conception d'une progression didactique, accompagnée des différentes procédures d'élèves envisageables.

2.3 Expérimentation, Analyse A Posteriori Et Validation

L'expérimentation consiste pour nous à l'utilisation dans une salle de classe de la situation-problème conçue ou mieux de la progression didactique conçue à la phase précédente. La progression didactique que nous allons mettre en place dans ce travail sera remis à un enseignant de la classe de 3e année des humanités scientifiques qui l'exécutera en classe. Cette phase sera suivie de la phase d'analyse a posteriori qui s'appuie sur l'ensemble des données recueillies lors de l'expérimentation, des observations réalisées des séances d'enseignement mais aussi des productions des élèves en classe. C'est sur la confrontation des deux analyses: analyse a priori et l'analyse a postériori que se fonde la validation des hypothèses engagées dans la recherche.

L'expérimentation et l'analyse a posteriori passent par des observations de classe, considérées comme une prise d'informations sur l'interaction entre plusieurs éléments du système didactique en action, pendant un temps repéré, pour aboutir à la validation [14].

Les données que l'on recueille en observant un système ne sont pas neutres, ce sont toujours des construits. Si le chercheur ne les construit pas lui-même, il ne recueillera, par une observation directe, que ce que l'institution lui présentera d'elle-même. Il s'agit d'un processus complexe qui comporte différents moments que nous décrivons ci-dessous:

2.4 Le Recueil De Données Externes À La Classe

Dans le cadre de notre recherche, nous nous servirons de la fiche de préparation, des fiches d'activités des élèves, ainsi que de l'entretien avec le professeur avant la leçon.

2.5 Le Recueil De Données Internes À La Classe

Ce sont les données que l'on recueille lors de l'observation en classe. Dans le cadre de notre recherche nous avons opté pour des enregistrements vidéo qui permettent d'avoir la quasi intégralité des séquences expérimentales.

Les analyses de ces observations devront permettre d'identifier, parmi les données recueillies, celles qui sont de l'ordre de la nécessité théorique ou de la contingence.

2.6 La Recomposition De La Chronique De La Classe

Nous appelons chronique de la classe le document écrit résultant de l'observation: sa constitution intègre certaines notes recueillies par l'observateur sur ce qu'il a jugé important de relever.

Voici comment nous présentons les bases méthodologiques de l'observation de classe dans notre recherche:

Tableau 1. Description sommaire des bases méthodologiques

Question de recherche	Cadre Théorique	Données externes
Apprentissage des suites arithmétiques et géométriques à travers le jeu des cases cachées: validation de la progression didactique par le sens à donner à l'écart entre le projet initial et sa réalisation en classe	Théorie des situations didactiques qui permet de construire et d'analyser des situations dans lesquelles on puisse attester les connaissances de l'élève. [5], [6].	- les programmes - le projet initial - les entretiens - les interviews

3 PROGRESSION DIDACTIQUE AVEC LE JEU DES CASES CACHÉES

La notion de progression didactique induit une logique didactique, l'organisation d'une suite graduelle de savoirs en séquences ou séances relatives à un sujet d'étude.

3.1 HISTOIRE ET ÉPISTÉMOLOGIE DES SUITES

L'usage des suites numériques se trouve dans des documents très anciens où sont décrits des procédés répétitifs de calcul, des véritables algorithmes.

- Au III^{e} siècle avant J.C, Archimède calcule le nombre π avec une belle précision grâce à un tel procédé. Pour ce faire, il encadre l'aire d'un cercle par ceux de deux hexagones encadrant le cercle, puis il montre comment en déduire un nouvel encadrement par des aires de deux dodécagones. Et il poursuit jusqu'à utiliser des polygones à 96 côtés en doublant, à chaque étape, le nombre des côtés des polygones. Par ce procédé, Archimède donne naissance à la notion de suite numérique, sans le savoir
- Au I^{er} siècle après J.C, Héron d'Alexandrie décrit une méthode très efficace pour extraire une racine carrée: calculer le côté d'un carré d'aire 2, donc pour calculer$\sqrt{2}$

Il partit d'un rectangle de côtés a=2 et 2/a=1, puis recommencer en prenant pour nouvelle valeur de a la moyenne entre ces deux mesures. Cette méthode, qui conduit très rapidement à un résultat d'une grande précision, était vraisemblablement connue depuis longtemps, puisqu'une tablette babylonienne, vieille de plus de 36OO ans donne le résultat de cet algorithme poussé jusqu'à la 4^{e} étape.

- Au VIII^{e} siècle, Léonard de Pise (Fibonaci) expose sa célèbre suite
- Au XIV^{e} siècle, Nicolas Oresme a clairement exposé les suites que l'on appelle désormais arithmétiques et géométriques
- Au XVII^{e} siècle, Bernoulli, Newton, De Moivre, Stirling et Wallis s'intéressent aux suites pour approcher des valeurs numériques

C'est à ce moment notamment qu'est précisée la notion de limite.

- Au début de XIX^{e} siècle, Lagrange utilise la notation indicielle U_n et Cauchy fonde la théorie des suites
- Au XX^{e} siècle, l'utilisation des ordinateurs va réactiver l'intérêt porté aux suites puisqu'ils permettent de pousser très loin et très vite les calculs, par nature répétitifs, liés aux suites. [15]; [16], [17]

3.2 JEU DES CASES CACHÉES

Nous sommes partis du jeu de Kede, pour voir si le jeu pouvait être utilisé dans une salle de classe pour enseigner la notion des suites arithmétiques.

Après l'analyse de la règle du jeu et de sa description, nous avons constaté que le jeu n'était pas pratique pour les élèves dans une salle de classe. Il faudrait modifier le jeu originel, en ne gardant que sa forme pour concevoir un autre jeu que nous nommons « jeu des cases cachées ».

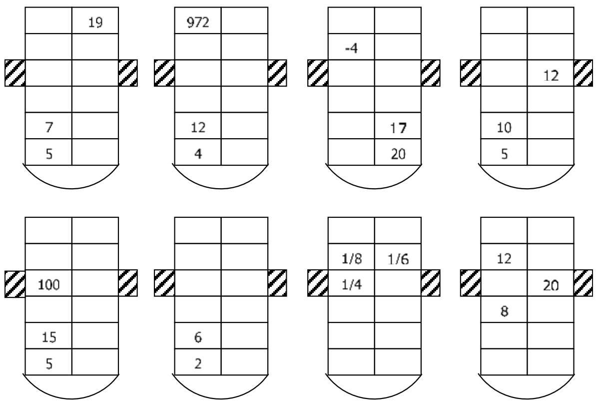
3.2.1 DESCRIPTION DU JEU DES CASES CACHÉES

- Dessiner un tableau à deux colonnes, subdivisé en cases
- Chaque colonne peut être subdivisée en au moins six cases, donc un minimum de douze cases pour tout le tableau
- Deux cases successives seront complétées par des nombres, ainsi qu'une troisième case éloignée des deux premières
- Les cases successives complétées peuvent se situer au début, au milieu ou à la fin du tableau

3.2.2 Consigne Ou Règle De Jeu Des Cases Cachées

- On propose à un groupe d'enfants [joueurs] 4 à 6 tableaux du jeu, où chaque case est numérotée, mais on cache les numéros de certaines cases
- Chaque tableau aura 2 cases successives à numéros visibles et une 3e case à numéro visible, éloignée de deux premières
- Chaque joueur complète ces tableaux en retrouvant les numéros cachés, après un temps fixé par l'arbitre;
- Un tableau est bien complété si dans le parcours, le joueur retrouve le nombre situé dans la 3e case complétée
- Le jeu s'arrête si l'un des joueurs réclame avoir réussi à compléter correctement les 6 tableaux en criant eureka ou si le temps indiqué par l'arbitre est consommé
- Le classement est fait suivant le nombre des tableaux correctement remplis par chaque joueur

Le jeu reprend avec les mêmes règles en réduisant le temps de jeu, sans possibilité d'un autre tour.



3.2.3 Les Variables

Voici les variables considérées comme pertinentes dans l'ingénierie du jeu des cases cachées:

a) Lien entre les numéros visibles
b) L'opération effectuée pour obtenir les nombres ou les numéros cachés
c) Nombre des numéros visibles au départ
d) Nombre des cases dans le tableau

3.2.4 Le Savoir À Mobiliser Par L'élève

La réussite de l'action didactique menée par l'enseignant dépendra de la capacité de l'élève de mobiliser des connaissances. Dans le cas de notre situation-problème tirée du jeu des cases cachées, l'élève devra mobiliser l'addition, la soustraction, la multiplication, la division, la comparaison, l'exponentiation et la récurrence.

3.3 Progression Didactique

La première séance fait recours aux trois premières variables.

Les séances deuxième et troisième ajoutent la quatrième variable.

3.3.1 Séance 1. Introduction De La Notion Des Suites

Situation

Voici les schémas du jeu où chaque case est numérotée, mais on a caché les numéros de certaines cases. Vous êtes un génie, on vous demande de retrouver les numéros cachés de chaque schéma à partir de la troisième case de la colonne de gauche, en effectuant une opération arithmétique et en exploitant les numéros des cases complétées.

CONSIGNE

a) Pour chaque tableau complété, dresser la liste de tous les nombres trouvés dans l'ordre du tableau et donner l'opération arithmétique utilisée pour le compléter

b) Indiquer dans quel ordre les termes se succèdent dans chaque liste dressée

	26
6	
2	

$1^{\text{ère}}$ T_1

	-15
10	
20	

T_2

96	
6	
3	

T_3

	$\frac{1}{192}$
$\frac{1}{6}$	
$\frac{1}{3}$	

T_4

47	
5	
2	

T_5

	7
$\frac{7}{2}$	
3	

T_6

PROCÉDURES

Procédure 1

a)

22	26
18	30
14	34
10	38
6	42
2	46

T_1

T_1

-5	-10
0	-15
5	-20
10	-25
15	-30
20	-35

T_2

96	192
48	384
24	768
12	1536
6	3072
3	6144

T_3

$\frac{1}{96}$	$\frac{1}{192}$
$\frac{1}{48}$	$\frac{1}{384}$
$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{768}$
$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{1536}$
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3072}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6144}$

T_4

95	191
47	383
23	767
11	1535
5	3071
2	6143

T_5

$\frac{11}{2}$	6
5	$\frac{13}{2}$
$\frac{9}{2}$	7
4	$\frac{15}{2}$
$\frac{7}{2}$	8
3	$\frac{17}{2}$

T_6

b)

- T_1
- T_1: 2, 6, 10, 14, 18, 22, 26, 30, 34, 38, 42, 46 (addition)
- T_2: 20, 15, 10, 5, 0, -5, -10, -15, -20, -25, -30, -35 (addition)
- T_3: 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, 384, 768, 1536, 3072, 6144 (multiplication)
- T_4 : $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{24}, \frac{1}{48}, \frac{1}{96}, \frac{1}{192}, \frac{1}{384}, \frac{1}{768}, \frac{1}{1536}, \frac{1}{3072}, \frac{1}{6144}$ (multiplication)
- T_5: 2, 5, 11, 23, 47, 95, 191, 383, 767, 1535, 3071, 6143 (multiplication et addition)
- T_6 : 3, $\frac{7}{2}$, 4, $\frac{9}{2}$, 5, $\frac{11}{2}$, 6, $\frac{13}{2}$, 7, $\frac{15}{2}$, 8, $\frac{17}{2}$ (addition)

c)

- T_1: Ordre croissant
- T_2: Ordre décroissant
- T_3: Ordre croissant
- T_4: Ordre décroissant
- T_5: Ordre croissant
- T_6: Ordre croissant

2ème procédure

a)

22	26	-5	-10	96	192	$\frac{1}{96}$	$\frac{1}{192}$			$\frac{11}{2}$	6
18	30	0	-15	48	384	$\frac{1}{48}$	$\frac{1}{384}$	47		5	$\frac{13}{2}$
14	34	5	-20	24	768	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{768}$			$\frac{9}{2}$	7
10	38	10	-25	12	1536	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{1536}$			4	$\frac{15}{2}$
6	42	15	-30	6	3072	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3072}$	5		$\frac{7}{2}$	8
2	46	20	-35	3	6144	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6144}$	2		3	$\frac{17}{2}$
T_1		T_2		T_3		T_4		T_5		T_6	

b)

- T_1: 2, 6, 10, 14, 18, 22, 26, 30, 34, 38, 42, 46 (addition)
- T_2: 20, 15, 10, 5, 0, -5, -10, -15, -20, -25, -30, -35 (soustraction)
- T_3: 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, 384, 768, 1536, 3072, 6144 (multiplication)
- T_4 : $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{24}, \frac{1}{48}, \frac{1}{96}, \frac{1}{192}, \frac{1}{384}, \frac{1}{768}, \frac{1}{1536}, \frac{1}{3072}, \frac{1}{6144}$ [division]
- T_5 : Impossible
- T_6 : 3, $\frac{7}{2}$, 4, $\frac{9}{2}$, 5, $\frac{11}{2}$, 6, $\frac{13}{2}$, 7, $\frac{15}{2}$, 8, $\frac{17}{2}$ (addition)

c)

- T_1: Ordre croissant
- T_2: Ordre décroissant
- T_3: Ordre croissant
- T_4: Ordre croissant
- T_5:
- T_6: Ordre croissant

3ème procédure

a)

22	26	-5	-10	96	192	$\frac{1}{96}$	$\frac{1}{192}$			$\frac{11}{2}$	6
18	30	0	-15	48	384	$\frac{1}{48}$	$\frac{1}{384}$	47		5	$\frac{13}{2}$
14	34	5	-20	24	768	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{768}$			$\frac{9}{2}$	7
10	38	10	-25	12	1536	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{1536}$			4	$\frac{15}{2}$
6	42	15	-30	6	3072	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3072}$	5		$\frac{7}{2}$	8
2	46	20	-35	3	6144	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6144}$	2		3	$\frac{17}{2}$
T_1		T_2		T_3		T_4		T_5		T_6	

b)

- T_1: 2, 6, 10, 14, 18, 22, 26, 30, 34, 38, 42, 46 (addition)
- T_2: 20, 15, 10, 5, 0, -5, -10, -15, -20, -25, -30, -35 (addition)
- T_3: 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, 384, 768, 1536, 3072, 6144 (multiplication)
- T_4 : $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{24}, \frac{1}{48}, \frac{1}{96}, \frac{1}{192}, \frac{1}{384}, \frac{1}{768}, \frac{1}{1536}, \frac{1}{3072}, \frac{1}{6144}$ [division]
- T_5 : Impossible
- T_6 : 3, $\frac{7}{2}$, 4, $\frac{9}{2}$, 5, $\frac{11}{2}$, 6, $\frac{13}{2}$, 7, $\frac{15}{2}$, 8, $\frac{17}{2}$ (addition)

c)

- T_1: Ordre croissant
- T_2: Ordre décroissant
- T_3: Ordre croissant
- T_4: Ordre croissant
- T_5:
- T_6: Ordre croissant

3.3.2 2ÈME ET 3ÈME SÉANCES: TERME GÉNÉRAL D'UNE SUITE ARITHMÉTIQUE OU D'UNE SUITE GÉOMÉTRIQUE. (PASSAGE DE LA LISTE DES NOMBRES À L'ASPECT FONCTIONNEL)

Situation

En considérant deux tableaux de n termes représentant une suite arithmétique et une suite géométrique de la première case à la $n^{ième}$ case, suivant les schémas T_1 et T_2 ci-après:

T_1

t_{20}= ?	…
…	t_{100}= ?
	…
t_3=10	…
t_2=6	
t_1=2	t_n= ?

T_2

	…
	T_{20}= ?
	…
t_3=12	t_{100}= ?
t_2=6	…
t_1=3	t_n= ?

<u>Consigne</u>

Pour chaque tableau,

- Ecrire t_2 et t_3 en fonction de t_1
- Calculer $t_{20,}$ $t_{100,}$ sans compléter toutes les cases intermédiaires
- Déduire l'expression permettant de calculer $t_{n,}$ le terme de rang n.

3.4 PROCEDURES POUR T_1

Procédure 1

L'élève essaie de compléter le tableau en allant case par case jusqu'à la case demandée:

t_1=2; t_2=6=2+4; t_3=10=6+4; t_4=14=10+4; t_5=14+4=18; t_6=18+4=22; t_7=22+4=26; t_8=26+4=30;…

Cette procédure ne peut réussir que si le terme demandé n'est pas d'un rang élevé. Lorsque le terme demandé est très éloigné, l'élève est bloqué.

Procédure 2
T_1=2,
t_2=6=2+4,
t_3=10=6+4=2+4+4=2+2×4,
t_4=14=10+4=2+4+4+4=2+3×4,
…,
t_{20}=2+19×4=2+76=78,
t_{100}=2+99×4=2+396 =398,
t_n=2+ (n-1) 4

Procédure 3
t_1=2,
t_2=6=2+4=2+r,
t_3=10=6+4=t_2+r=t_1+r+r= t_1+2r,
t_4=14=10+4= t_3+r= t_1+2r+r= t_1+3r,
…,
t_{20}=t_1+19r=2+19×4=2+76=78,
t_{100}=t_1+99r=2+99×4=398,
t_n=t_1+ (n-1]) r

Procédure 4

$t_1=2$,
$t_2=6=2+4=t_1+4$,
$t_3=10=6+4=t_2+4$,
$t_4=14=10+4=t_3+4$,
…,
$t_{20}=t_{19}+4$,
$t_{100}=t_{99}+4$,
$t_n=t_{n-1}+4$

PROCEDURES POUR T_2

Procédure 1

1) $t_2 = 6 = 3 \times 2$
$t_3 = 12 = 3 \times 2 \times 2$
$= 3 \times 2^2$
$t_{20} = 3 \times 2^{19}$
$t_{100} = 3 \times 2^{99}$
.
.
.
$t_n = 3 \times 2^{n-1}$
d'où $t_n = t_1.q^{n-1}$

Procédure 2

1) $t_2 = 6 = 3 \times 2$
$t_3 = 12 = 3 \times 2 \times 2$
$t_{20} = 6 \times 2 =$
$t_{100} = 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times \ldots \times 2$, (99 fois)
$t_n = 3 \times 2 \times 2 \times 2 \ldots \times 2$, (n -1) fois

Procédure 3

$t_2 = 6 = 3 \times 2$
$t_3 = 12 = 3 \times 2 \times 2 =$
$t_{20} = 6 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 3x19x2$
$t_{100} = 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times \ldots \times 2= 3x99x2$
$t_n = 3 \times 2 \times 2 \times 2 \ldots \times 2=3 \times (n -1) \times 2 =t_1 (n-1) q$

4 EXPÉRIMENTATION

4.1 DESCRIPTION DE LA CLASSE EXPÉRIMENTALE

- Classe: 3e année des humanités scientifiques
- Effectif: 52 élèves
- Ecole: Institut Monseigneur Bokeleale à Kinshasa/Gombe.
- Enseignant: Ngalula Thalu (21ans d'expérience).
- Disposition de la classe: 28 bancs répartis en quatre rangés.

4.2 CANEVAS DE TRAVAIL PENDANT LES SÉANCES EXPÉRIMENTALES

Pendant nos leçons, l'enseignant remet à chaque élève une fiche de travail contenant la situation et la consigne de travail. Les élèves travaillent d'abord individuellement, ensuite, ils seront placés en groupes de 6. Chaque groupe produit un travail en commun. Un ou deux groupes exposent pour susciter le débat collectif de la classe. A la fin de Chaque séance, l'enseignant récolte toutes les fiches des élèves qui constitueront les productions des élèves pour l'analyse a posteriori.

5 ANALYSE A POSTERIORI (ANALYSE DES RÉSULTATS), CONCLUSION ET PERSPECTIVE

5.1 EFFETS DES VARIABLES CONSTATÉS DANS L'APPRENTISSAGE

5.1.1 LIEN ENTRE DEUX NUMÉROS SUCCESSIFS

Cette variable permet de déterminer la raison de la suite numérique dans un tableau avec deux numéros successifs. Elle a joué dans l'apprentissage dans un tableau sans numéros successifs. Les élèves étaient bloqués et les plus habiles ont déduit à partir des premiers tableaux que dans une suite arithmétique, chaque terme est la moyenne arithmétique des termes qui l'encadrent ou la moyenne géométrique pour une suite géométrique.

5.1.2 SORTE D'OPÉRATION À EFFECTUER

Cette variable permet de distinguer une suite arithmétique d'une suite géométrique selon qu'il s'agisse de l'addition ou de la multiplication par une quantité constante. Lorsque la raison est négative dans une suite arithmétique, il y a eu débat entre les élèves qui ont pensé à la soustraction comme opération et ceux qui ont retenu l'addition. Tandis que dans une suite géométrique à raison fractionnaire, le débat était engagé entre les élèves qui ont pris la division comme opération et ceux qui ont recouru à la multiplication.

Le cinquième tableau n'est ni une suite arithmétique, ni une suite géométrique a posé problème. Car; il fallait utiliser les deux opérations pour obtenir une suite quelconque.

5.1.3 TAILLE OU LONGUEUR DU TABLEAU

Cette variable est intervenue pour la détermination du terme général d'une suite arithmétique ou d'une suite géométrique. Elle a permis le passage de l'aspect liste des nombres à l'aspect fonctionnel. Le calcul d'un terme éloigné, t_{100} par exemple exige à l'enfant de mobiliser d'autres connaissances pour aboutir à une formule permettant de calculer $t_{n,}$ le terme de rang n.

5.2 ANALYSE DES PROCÉDURES

5.2.1 CAS DE LA PREMIÈRE SÉANCE

Prévue en une séance, l'introduction des suites a été faite en deux séances. La première procédure prévue au point 3.3.1 était la plus optimale; cinq groupes sur huit y sont parvenus.

5.2.2 CAS DE 2ÈME ET 3ÈME SÉANCES

- La procédure3 du premier tableau T_1 du point 3.3.2 est la plus optimale. Elle permet de calculer $t_{n,}$ le terme de rang n d'une suite arithmétique, sans remplir toutes les cases.
- La procédure1 du deuxième tableau était la meilleure, elle permet de calculer le terme de rang n d'une suite géométrique.

Beaucoup d'élèvent se sont trompés en calquant la formule de la suite arithmétique pour déduire faussement celle de la suite géométrique: en transformant $t_n=t_1+ (n-1)\, r$ en $t_n=t_1\, (n-1)\, q$ pour une suite géométrique.

La méthode de groupes utilisée pendant nos séances a offert les avantages suivants:

- La crainte due au statut de l'erreur est surmontée, les élèves faibles pouvaient facilement présenter leurs idées.
- La facilitation de l'échange et du débat entre élèves (bonne formulation).
- Occasionne le débat dans la classe: moment de preuve et de validation
- L'écart entre les résultats individuels et celui du groupe a prouvé que le travail en groupe améliore le résultat du travail individuel.

La disposition de la classe en rangées des bancs rendait difficile la constitution des groupes de travail pendant les séances expérimentales. L'usage des tables faciliterait le travail permettrait de gagner du temps.

De la confrontation entre la conception a priori et le comportement des élèves pendant les séances expérimentales, il se dégage que la situation didactique, jeu des cases cachées ainsi que la progression didactique liée à cette situation ont permis l'apprentissage des suites arithmétiques et géométriques. Les enseignants peuvent s'en servir pour l'enseignement-apprentissage des suites arithmétiques et géométriques.

La progression didactique présentée dans ce travail ne couvre pas tout le chapitre sur les suites. Un travail ultérieur permettra d'élargir cette progression pour l'étendre dans toutes les séquences du chapitre.

REMERCIEMENTS

Nous remercions d'abord les professeurs José Indenge Y'Esambalaka, Jean Kapenga Kazadi, Jean-Pierre Bola Amboka et Alexandre Mopondi Bendeko de l'université pédagogique de Kinshasa [R.D Congo] pour leur encadrement. Nous remercions également l'enseignant Ngalula Thalu de l'institut Monseigneur Bokeleale qui a bien voulu utiliser notre progression et être filmé pour l'expérimentation, ainsi que les autorités scolaires de l'école qui ont autorisée l'accès dans leurs installations pour notre recherche. Nos remercions également Madame Clémence Kalifene qui nous a apporté un soutien financier pour réaliser cette recherche.

REFERENCES

[1] Ministère de l'Enseignement primaire, secondaire et professionnel, Programme National des Mathématiques, Enseignement secondaire – Cycle Long. Toutes sections. Instructions. EDIDEPS, 2005.
[2] Programme éducatif du Domaine d'Apprentissage des Sciences, classe de 3e année des humanités scientifique. Sous Domaine d'Apprentissage: Mathématique, 2020.
[3] Mopondi, B., Didactique des Mathématiques: Eléments de contextualisation de l'Enseignement en République Démocratique du Congo. L'Harmattan, Paris, 2015.
[4] Gerdès, P., Ethnomathématique en Afrique, CEMEC, Université Pédagogique de Maputo, Mozambique, 2009.
[5] Brousseau, G., Théorie des situations didactiques: Didactiques des mathématiques 1970-1990. la pensée sauvage, Grenoble, 1998.
[6] Brousseau, G., Didactique fondamentale, in Didactique des mathématiques et formation des maîtres à l'école élémentaire, Actes de l'université d'été. IREM de Bordeaux, 1988.
[7] Kuzniak, A, La théorie des situations didactiques de Brousseau, IREM de Strasbourg, 2004.
[8] Soury-lavergne, S, Introduction à la théorie des situations didactiques, Master EADM UE 10. Inrp, 2010.
[9] Banwitiya Yeleko A., L'ingénierie du sens en mathématique: la division dans N, D et Q à l'école primaire, thèse de doctorat, Université de Bordeaux, 1993.
[10] Mopondi, B., Approches Socioculturelles de l'Enseignement en Afrique subsaharienne. L'Harmattan. Paris, 2010.
[11] Maggy & al, Problèmes de dénombrement et Emergence de premiers modèles fonctionnels. Recherche en didactique des mathématiques, Vol1, pp.1-200. Bruxelles, 2000.
[12] A. Mercier, l'analyse a priori, outil pour l'observation, IREM d'Aix-Marseille, Atelier à l'université d'été, Olivet, 1988.
[13] M. Artigue, Ingénierie didactique, in didactique des mathématiques, Lausanne, Paris, 1996. (p 243-274).
[14] Claude Comiti et L.M., Importance et méthodologie de l'observation de classe et rôle de la problématique de recherche pour la modélisation nécessaire lors de l'analyse des observations, in caminhos da educacao mathématica em revista, vol n°1, p83-104), 2019.
[15] Cathy Fortmann, Méthode de Héron, Académie des nombres, 2019. (maths.discip. ac-caen.fr/spip.php, consulté le 21/12/2022).
[16] Wikipédia, l'encyclopédie libre: Méthode de Héron (https://fr.wikipedia.org/w/index.php, consulté le 18/01/2023).
[17] Wikipédia, suite (mathématiques), (fr.m.wikipedia.org, consulté le 12/10/2022).