

## Indice MASI: une tentative de modélisation par les modèles ARIMA et GARCH

### [ MASI index: an attempt of modeling using ARIMA and GARCH models ]

*Moulay El Mehdi FALLOUL<sup>1</sup> and Amal MANSOURI<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Doctorant en économie et finance appliquée,  
Université Hassan II Mohammedia,  
Mohammedia, Maroc

<sup>2</sup>Ingénieur d'état en chef,  
Haut-Commissariat au Plan (HCP),  
Rabat, Maroc

---

Copyright © 2014 ISSR Journals. This is an open access article distributed under the *Creative Commons Attribution License*, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

**ABSTRACT:** In this article, we'll try to propose a modeling of the Moroccan stock market performance. To do this, the MASI, aggregate index representing Casablanca stock exchange, will be modeled from the method "ARIMA - BOX-JENKINS", then by a GARCH model. This note is endeavoring to first present a brief overview of the theoretical framework of both models: ARIMA and ARCH, then an analysis of serial MASI, then searching of the ARIMA model most appropriate for the MASI (identification and validation of models to reproduce the series), and finally the choice of the most suitable GARCH model based on statistical criteria. The data available are 494 daily values of the evolution of the MASI, from 21/12/2009 to 18/12/2012. Software used are SPSS 17 and Eviews 6.

**KEYWORDS:** Masi stock index, volatility, stationarity, ARIMA\_BOX-JENKINS, GARCH model.

**RESUME:** Dans cet article, on essaiera de proposer une modélisation de la performance du marché boursier Marocain. Pour ce faire, l'indice MASI, agrégat représentatif de la place Boursière Casablancaise, sera modélisé, à partir de la méthode « ARIMA - BOX-JENKINS », puis par un modèle GARCH. Cette note s'attèlera à présenter en premier lieu un bref rappel du cadre théorique des deux modèles : ARIMA et ARCH, puis une analyse de la série MASI, ensuite la recherche du modèle ARIMA le plus approprié au MASI (identification et validation des modèles susceptibles de reproduire la série), et enfin le Choix du modèle GARCH le plus approprié sur la base de critères statistiques. Les données à disposition concernent 494 valeurs journalières de l'évolution du MASI, du 21/12/2009 au 18/12/2012. Les logiciels utilisés sont le SPSS 17 et l'Eviews 6.

**MOTS-CLEFS:** L'indice Masi, volatilité, stationnarité, ARIMA\_BOX-JENKINS, modèle GARCH.

### 1 INTRODUCTION

La modélisation de la volatilité est devenue, partout dans le monde, un enjeu financier de grande envergure. Cette importance a été amplifiée par la montée du risque et de l'incertitude dans les marchés boursiers internationaux, de telle sorte que la position réelle d'un portefeuille ne peut s'effectuer sans tenir en compte le phénomène de la volatilité.

Le modèle autorégressif à hétéroscédasticité conditionnelle, introduit par ENGEL en 2002 [1], fournit un cadre approprié pour modéliser la volatilité des marchés financiers. Depuis l'apparition du modèle ARCH, plusieurs développements ont été faits, pour améliorer les caractéristiques de ce nouveau cadre et modéliser les faits stylisés des rendements financiers. Des

extensions importantes du modèle ARCH, comme le modèle GARCH [2] et le modèle EGARCH [3] ont été par la suite mises en œuvre, afin de répondre aux nouvelles spécificités des modèles financiers. La forme originale de ces modèles suppose une distribution gaussienne des innovations.

L'objectif de cette étude est de proposer une modélisation de la performance boursière nationale. Pour ce faire, l'indice MASI, agrégat représentatif de la place Boursière Casablancaise, sera modélisé, à partir de la méthode « ARIMA - BOX-JENKINS », puis par un modèle GARCH.

Cette note s'attèlera à présenter les points suivants :

- Un bref rappel du cadre théorique des deux modèles : ARIMA et ARCH
- Une analyse de la série MASI ;
- Recherche du modèle ARIMA le plus approprié au MASI (identification et validation des modèles susceptibles de reproduire la série) ;
- Choix du modèle GARCH le plus approprié sur la base de critères statistiques ;

Les données à disposition concernent 494 valeurs journalières de l'évolution du MASI, du 21/12/2009 au 18/12/2012. Les logiciels utilisés sont le SPSS et l'Eviews.

## 2 CADRE THEORIQUE : UN BREF RAPPEL

### 2.1 MODÈLES ARIMA

La modélisation ARIMA, proposée par Box et Jenkins [4], est généralement préconisée pour modéliser les séries ou variables à stationnarité stochastique. Cette méthodologie fait appel au processus ARMA, avec une partie autorégressive notée AR, et une partie moyenne mobile, notée MA.

Dans un processus autorégressif stationnaire d'ordre  $p$ , l'observation présente  $Y_t$  est générée par une moyenne pondérée des observations passées jusqu'à la  $p^{\text{ième}}$  période sous la forme suivante :

$$\text{AR}(p) : Y_t = \sum_{i=1}^p \Phi_i y_{t-i} + \varepsilon_t \quad \forall t \in Z$$

$$\text{ou} \quad Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t$$

Où  $\phi_i$  sont des paramètres à estimer positifs ou négatifs ;  $\varepsilon_t$  est un aléa.

L'identification de l'ordre  $p$  s'établit à l'aide du corrélogramme de la variable. En effet, il est démontré que le corrélogramme simple d'un processus AR( $p$ ) est caractérisé par une décroissance géométrique de ses termes et que le corrélogramme partiel a ses  $p$  seuls premiers termes différents de 0. L'étape qui suit « l'identification et l'estimation » des paramètres est le test de la qualité. Une bonne approximation par un processus autorégressif AR( $p$ ) se traduit par deux types de tests [5] :

- Tests sur les paramètres : tests de student,  $\phi$  est significatif au risque de 5% si  $|\hat{\Phi} / \hat{\sigma}(\Phi)| > 1,96$ .
- Tests sur le bruit blanc : test de Ljung-box ( $Q_{LB}$ ) et test de Portmanteau ( $Q_p$ )

$H_0 : \varepsilon_t \sim \text{BB}$

$$Q_{LB} = [(T+2) T \sum_{j=1}^M \hat{\varepsilon}_j / T - j] \sim \chi^2_{(M-P)} \quad \text{et} \quad Q_p = T \sum_{j=1}^M \hat{\varepsilon}_j \sim \chi^2_M$$

Où  $M = \text{Min}[T/2, 3\sqrt{T}]$  et  $P$  nombre de paramètres à estimer.

Les deux statistiques  $Q_{LB}$  et  $Q_p$  testent le degré d'autocorrélations des erreurs.

S'agissant des processus de moyenne mobile d'ordre q, ils permettent d'estimer chaque observation y par référence à une moyenne pondérée d'aléas jusqu'à la q ième période.

$$MA(q) : Y_t = \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t \quad \forall t \in Z$$

Ou encore  $Y_t = \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t$

Dans ce processus, tout comme dans le modèle autorégressif AR, les aléas sont engendrés par un processus du type bruit blanc.

Le corrélogramme simple des processus MA (q) se caractérise par les q premiers termes qui sont significativement différents de 0. Ainsi, nous pouvons déterminer l'ordre q grâce à un examen des corrélations simples (ACF). La qualité d'estimation s'évalue par rapport aux mêmes tests utilisés au niveau du processus AR.

Les modèles ARMA représentent les processus qui combinent simultanément les valeurs et les erreurs passées. Ils se définissent par l'équation :

$$ARMA(p,q) : (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) Y_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) \varepsilon_t .$$

L'identification et l'estimation de ce type de modèles reposent sur les mêmes principes combinés pour les modèles autorégressifs AR(p) et moyenne mobile MA(q).

Le modèle ARIMA, autoregressive integred moving average, est une extension du modèle simple ARMA. Généralement un modèle ARIMA (p, d, q) se présente sous la forme :

$$\phi(B) (1-B)^d Y_t = \theta(B) \varepsilon_t + C$$

$\phi(B)$ ,  $\theta(B)$  : polynômes d'ordre p et q respectivement.  $\phi_i$ ,  $\theta_i$  représentent respectivement les paramètres de l'autorégressif et de la moyenne mobile ; d est l'ordre de différenciation et B est l'opérateur retard.

La sélection d'un modèle ARIMA (p, d, q) est le résultat des quatre principales étapes suivantes :

**Etape 1** : identification des premières valeurs des ordres p, d et q est basée sur l'étude des corrélogrammes simple et partiel.

**Etape 2** : l'estimation des paramètres  $\theta_i$  et  $\phi_i$  est fondée sur une maximisation des fonctions de vraisemblance recourant à des procédures itératives.

**Etape 3** : les paramètres étant estimés, les résultats d'estimation doivent être examinés par référence aux tests sur la signification des paramètres et la qualité des résidus (absence d'auto-corrélation). :

**Etape 4** : le choix du modèle le plus approprié parmi tous les modèles estimés s'effectue sur la base des deux critères : Akaike(AIC) et Schwartz (SC), qui mesurent la qualité d'approximation de la réalité par le modèle retenu.

## 2.2 MODÈLES GARCH

Les modèles autorégressifs à hétéroscédasticité conditionnelle (ARCH) sont spécialement conçus pour modéliser et prévoir les variances conditionnelles. La variance de la variable dépendante est modélisée comme une fonction des valeurs passées des variables dépendantes et variables indépendantes. Les modèles ARCH sont employés couramment dans la modélisation de séries temporelles financières, qui comportent des volatilités variables c'est-à-dire des périodes agitées suivies par des périodes de calme relatif. Ces modèles sont largement utilisés dans diverses branches de l'économétrie, en particulier dans l'analyse de séries financières.

Lors de l'élaboration d'un modèle ARCH, trois spécifications différentes sont mises en œuvre : une équation pour la moyenne conditionnelle, une seconde pour la variance conditionnelle, et une autre pour la distribution des erreurs conditionnelles.

Nous commençons par décrire quelques caractéristiques de base d'un modèle GARCH(1,1) où la variable objet d'étude  $y$  est expliqué par une fonction des variables exogènes avec un terme d'erreur. La variance conditionnelle ou la volatilité  $\sigma$  est exprimée en fonction d'un terme constant  $\omega$  et le carré de l'erreur retardée de l'équation de base ainsi que la variance conditionnelle décalée d'une période.

$$Y_t = X_t' \theta + \epsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \epsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2$$

Le modèle GARCH (1, 1) se réfère à la présence d'un terme du premier ordre autorégressif GARCH (le premier terme entre parenthèses) et d'un terme du premier ordre en mouvement ARCH en moyenne (le second terme entre parenthèses). Un modèle ARCH ordinaire est un cas particulier d'une spécification GARCH dans lequel il n'existe pas de variations retardées dans l'équation de la variance conditionnelle, soit un modèle GARCH (0, 1).

Cette spécification est souvent interprétée dans un contexte financier où un agent financier prévoit la variance de cette période en formant une moyenne pondérée de la moyenne à long terme (la constante), de l'écart prévu de la dernière période (le terme GARCH), et des informations sur la volatilité observée dans la période précédente (le terme ARCH). Si le rendement de l'actif a été plus élevé que prévu soit dans le haut ou vers le bas, l'agent va augmenter l'estimation de la variance pour la prochaine période.

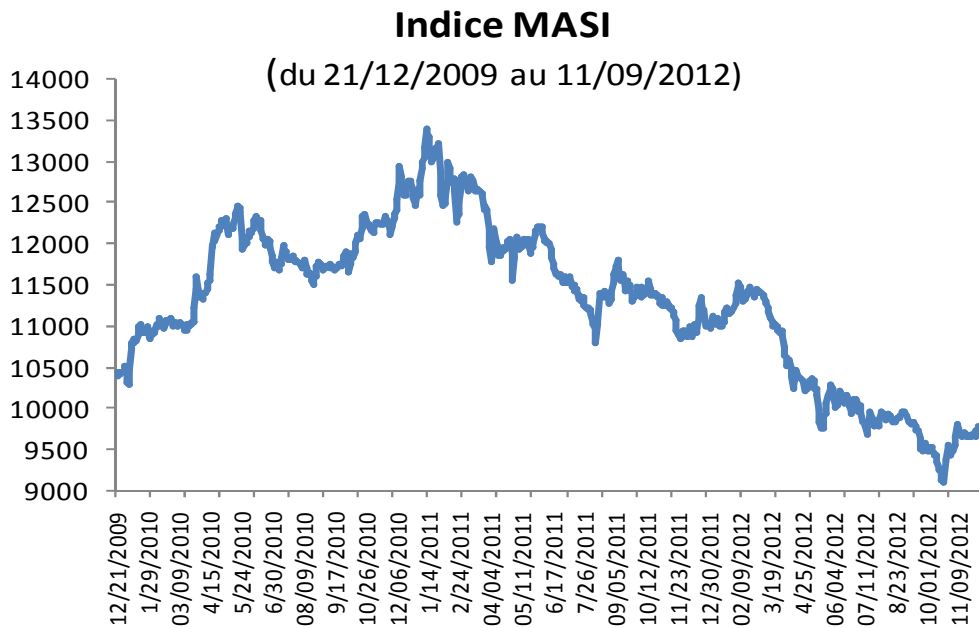
La spécification GARCH(1,1) a été généralisée pour intégrer les modélisations d'ordre  $p$  et  $q$  dans la variance conditionnelle. Ainsi un modèle GARCH( $p,q$ ) se présente comme suit :

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \epsilon_{t-i}^2$$

### 3 RESULTATS DES ESTIMATIONS

#### 3.1 ETUDE DE LA STATIONNARITÉ

L'analyse de la série brute du Masi révèle deux grandes phases de son évolution, avec une présence assez marquée du phénomène de volatilité. La première phase, ayant coïncidé avec l'année 2010, a été caractérisée globalement par une tendance haussière de l'indice, malgré le mouvement correctif de son profil au cours des mois d'avril, mai et juin 2010. La seconde phase, plus longue, a débuté au mois de janvier 2011. Elle a été marquée par une baisse tendancielle de l'indice, reflet de la chute de la valorisation boursière. En effet, le marché boursier a subi de plein fouet les effets de la crise financière internationale et incertitudes liées à la conjoncture économique internationale difficile, ce qui a maintenu le marché dans une phase d'attente et de manque de confiance de la part des investisseurs.



Source : bourse de Casablanca.

Fig. 1. Evolution de l'indice Masi de la bourse de Casablanca

Par ailleurs, et malgré la quasi-stabilité de l'indice en moyenne, force est de constater que la série n'est pas stationnaire. Ce résultat peut être confirmé, par ailleurs, par l'examen du corrélogramme des corrélations simples et partielles.

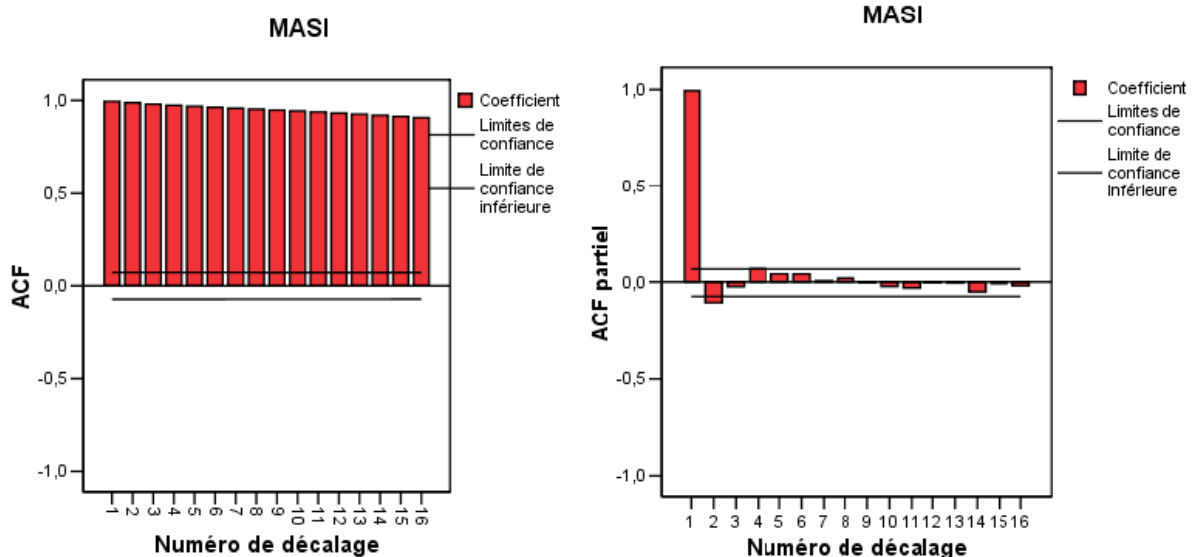


Fig. 2. Corrélogramme de la série MASI (ACF : autocorrélations simples ; PACF : autocorrélations partielles)

La figure 1 confirme la structure particulière du corrélogramme d'une série non stationnaire. En effet, les corrélations simples sont toutes significativement différentes de 0 et diminuent très lentement. Au niveau des autocorrélations partielles, seule la première est significativement différente de 0.

La non-stationnarité de la série MASI peut être également confirmée par le test de Dickey-Fuller. Ainsi, en testant le modèle 3, qui met en exergue les décalages de l'autorégressif, une constante et une tendance, on obtient :

**Table 1. Stationnarité de la série MASI**

Null Hypothesis: MASI has a unit root Exogenous: Constant, Linear Trend Lag Length: 1 (Automatic based on SIC, MAXLAG=17)				
			t-Statistic	Prob.*
<b>Augmented Dickey-Fuller test statistic</b>				
Test critical values:			-3.657547	0.0262
	1% level		-3.976742	
	5% level		-3.418944	
	10% level		-3.132019	
*Mackinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(MASI)				
Method: Least Squares				
Date: 03/14/13 Time: 14:39				
Sample: 1/03/2011 12/18/2012				
Included observations: 494				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
MASI(-1)	-0.045520	0.012445	-3.657547	0.0003
D(MASI(-1))	0.183895	0.044460	4.136227	0.0000
C	573.4180	158.6634	3.614053	0.0003
@TREND(1/03/2011)	-0.307220	0.088965	-3.453264	0.0006
R-squared	0.051723	Mean dependent var		-6.063745
Adjusted R-squared	0.045918	S.D. dependent var		81.69870
S.E. of regression	79.80095	Akaike info criterion		11.60501
Sum squared resid	3120414.	Schwarz criterion		11.63904
Log likelihood	-2862.438	Hannan-Quinn criter.		11.61837
F-statistic	8.908963	Durbin-Watson stat		2.004384
Prob(F-statistic)	0.000009			

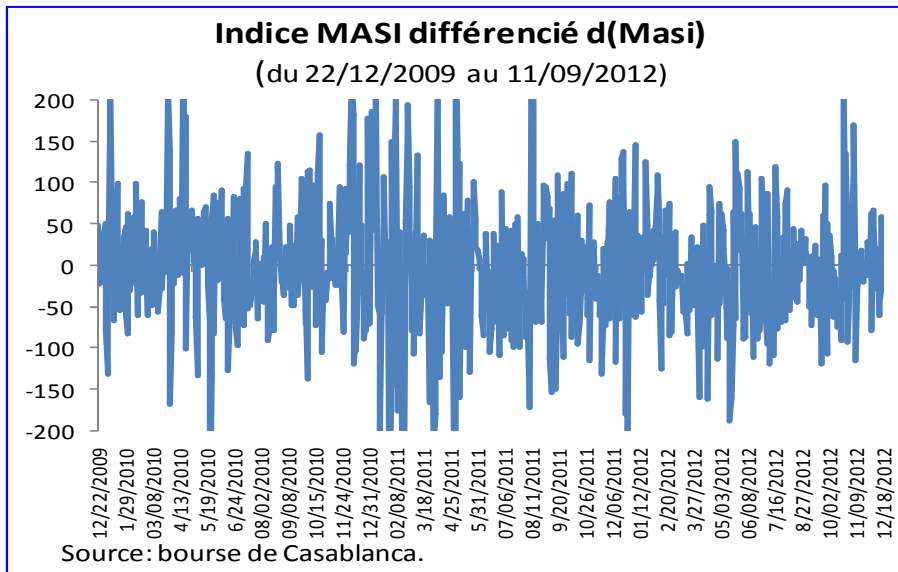
Lorsqu'on compare la statistique calculée des coefficients de la tendance et la constante (-3.45 et 3.61 respectivement) avec les valeurs données de la table, on conclut au rejet de l'hypothèse nulle, qui stipule qu'elles sont égales à 0 : la tendance et la constante sont, en effet, significativement différentes de 0 dans la série MASI. En outre, la statistique calculée de Dickey-Fuller (-3.65) est supérieure au risque de 1% à celle tabulée (-3.97). Ainsi, la série MASI en niveau n'est pas stationnaire.

Pour stationnariser le MASI, on lui applique une première différentiation avant de le refaire subir un test de Dickey-Fuller pour s'assurer si la série (d(masi)) nécessite une seconde différentiation.

Table 2. Stationnarité de la série MASI différencié

Null Hypothesis: D(MASI) has a unit root				
Exogenous: None				
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=17)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-18.79490	0.0000
Test critical values:	1% level		-2.569652	
	5% level		-1.941466	
	10% level		-1.616269	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(MASI,2)				
Method: Least Squares				
Date: 03/14/13 Time: 15:26				
Sample: 1/03/2011 12/18/2012				
Included observations: 494				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(MASI(-1))	-0.834945	0.044424	-18.79490	0.0000
R-squared	0.417428	Mean dependent var		-0.095709
Adjusted R-squared	0.417428	S.D. dependent var		105.8617
S.E. of regression	80.80043	Akaike info criterion		11.62386
Sum squared resid	3218654.	Schwarz criterion		11.63237
Log likelihood	-2870.094	Hannan-Quinn criter.		11.62720
Durbin-Watson stat	1.995471			

Après avoir re-testé la signification de la tendance et la constante (modèles 3 et 2 de la procédure de Dickey-Fuller), et conclu à l'acceptation de l'hypothèse nulle, notre intérêt s'est attelé à vérifier le premier modèle illustré dans la figure ci-dessus. Les résultats attestent de la stationnarité de la série d(Masi), confirmée par ailleurs par un examen graphique de la série d(MASI).

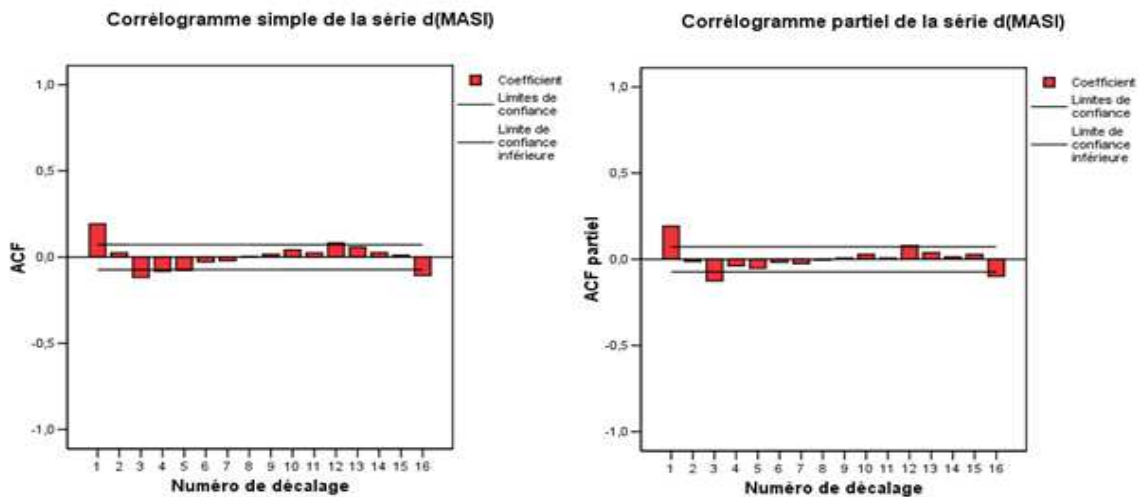


**Fig. 3. Graphique de l'indice MASI différencié**

Le graphe de la série d(masi) met en évidence la présence d'une moyenne constante (égale à zéro), une variance moins stable. Globalement, on peut admettre la validation de la stationnarité stochastique pour la série différenciée et procéder à l'identification du modèle qui lui correspond le plus parmi la famille ARMA (p,q) .

**3.2 IDENTIFICATION DU MODÈLE ARMA (p,q)**

La méthodologie d'identification des ordres p et q du modèle ARMA(p,q) repose sur l'examen des corrélations simples et partielles. Le corrélogramme simple permet d'identifier le modèle MA(q) alors que le corrélogramme partiel permet de conclure sur l'ordre p du modèle AR(p) [6].



**Fig. 4. Corrélogramme de la série MASI différencié**



La figure 2 montre que la première autocorrélation (simple et partielle) de la série d(MASI) est significativement différente de zéro. Les trois processus à retenir sont donc: AR(1), MA(1), AR(3), MA(3), ARMA (3,3) et ARMA(1,1). Pour conclure à la qualité d'estimation des trois modèles, nous allons utiliser les critères AIC et le SW (les plus petits).

Table 3. Résultats des estimations

		Estimation	Ecart type	T-statistique
Modèle MA(1)	<b>Coefficient</b>	<b>-0,18</b>	<b>0,04</b>	<b>-5,00</b>
Modèle AR(1)	<b>Coefficient</b>	<b>0,19</b>	<b>0,04</b>	<b>5,37</b>
Modèle AR(3)	<b>Coefficient</b>	<b>0,19</b>	<b>0,04</b>	<b>5,33</b>
	<b>Coefficient</b>	0,01	0,04	0,34
	<b>Coefficient</b>	<b>-0,12</b>	<b>0,04</b>	<b>-3,44</b>
Modèle MA(3)	<b>Coefficient</b>	<b>-0,19</b>	<b>0,04</b>	<b>-5,10</b>
	<b>Coefficient</b>	-0,04	0,04	-1,04
	<b>Coefficient</b>	<b>0,10</b>	<b>0,04</b>	<b>2,68</b>
Modèle ARMA(1,1)	<b>Coefficient</b>	0,17	0,18	0,92
	<b>Coefficient</b>	-0,02	0,18	-0,11
Modèle ARMA(3,3)	<b>Coefficient</b>	0,27	0,24	1,15
	<b>Coefficient</b>	0,44	0,27	1,66
	<b>Coefficient</b>	-0,34	0,19	-1,79
	<b>Coefficient</b>	0,09	0,24	0,36
	<b>Coefficient</b>	0,45	0,25	1,82
	<b>Coefficient</b>	-0,14	0,18	-0,77

Dans le modèle MA(1), la statistique calculée de Student du coefficient de l'ordre 1 MA(1) étant de 3,5, supérieure, en valeur absolue, à 1,96 au risque de 5%, l'on conclut ainsi à la signification du coefficient. On constate également que le coefficient de l'ordre 1 (AR(1)) est significativement différent de 0, puisque la statistique calculée de Student est supérieure, en valeur absolue, à 1,96. De même, tant pour le modèle AR(3) que pour MA(3), les coefficients d'ordre 1 et 3 sont significativement différents de zéro.

Par contre, le modèle ARMA(1,1) et ARMA(3,3) présentent le problème de non signification de l'ensemble de leurs coefficients, puisque leurs statistiques calculées de Student y afférentes sont inférieures à 1,96.

Globalement, l'étape d'estimation des modèles a débouché sur la conservation des modèles AR(1), MA(1), AR(3) et MA(3) pour examen des tests des résidus.

### 3.3 VALIDATION DU MODÈLE ARMA

La validation du modèle passe par la vérification des tests d'absence d'auto-corrélation des résidus. Pour ce faire, nous allons examiner les corrélogrammes des résidus de chacun des quatre modèles maintenus (figure 3).

On peut tout d'abord observer que tous les termes des fonctions d'autocorrélation simple et partielle ne sont pas significativement différents de 0 pour les modèles AR(3) et MA(3). Ils sont tous situés dans l'intervalle de confiance matérialisé par les traits verticaux. L'on accepte ainsi l'hypothèse nulle qui stipule de l'absence d'autocorrélation, ce qui prouve que les résidus des modèles AR(3) et MA(3) sont des bruits blancs. A l'inverse, nous pouvons constater que pour les modèles AR(1) et Ma(1), les retards d'ordre 3 sont significatifs et débordent de l'intervalle de confiance, conséquence de la présence d'une auto-corrélation d'ordre 3.

Modèle AR(1)

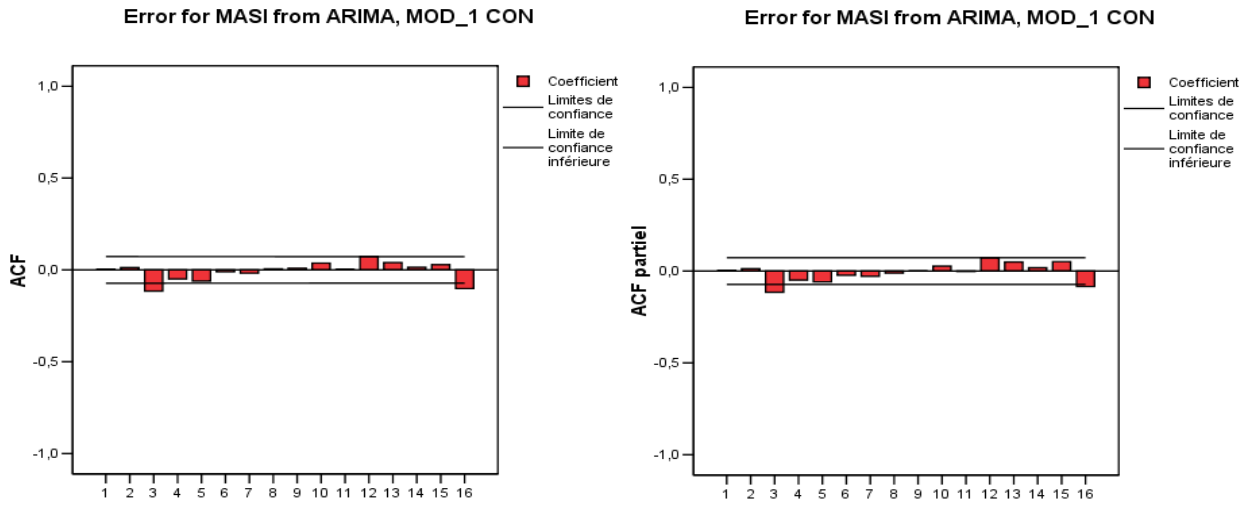


Fig. 5. Corrélogramme des résidus du modèle AR(1)

Modèle MA(1)

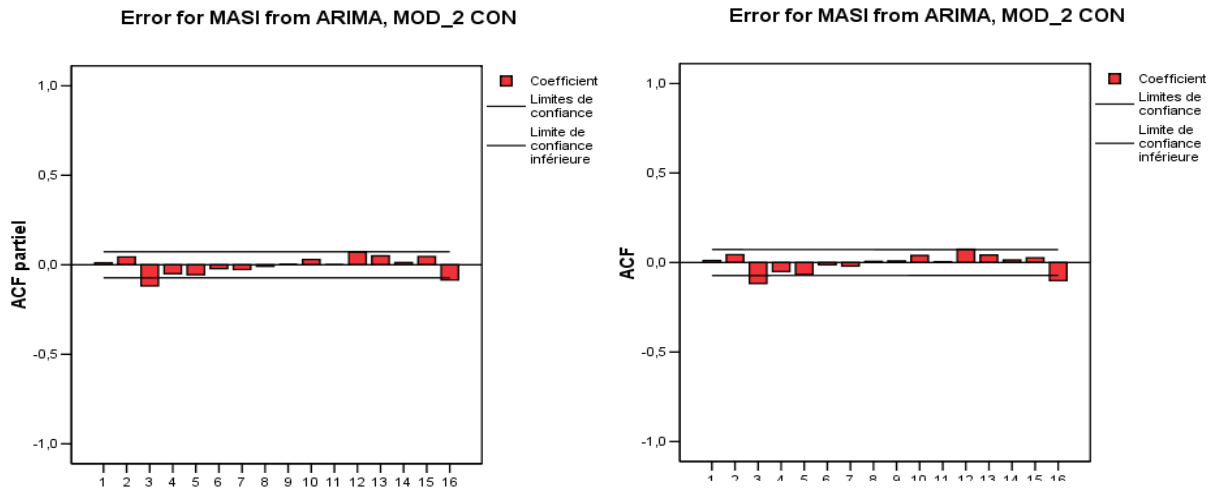
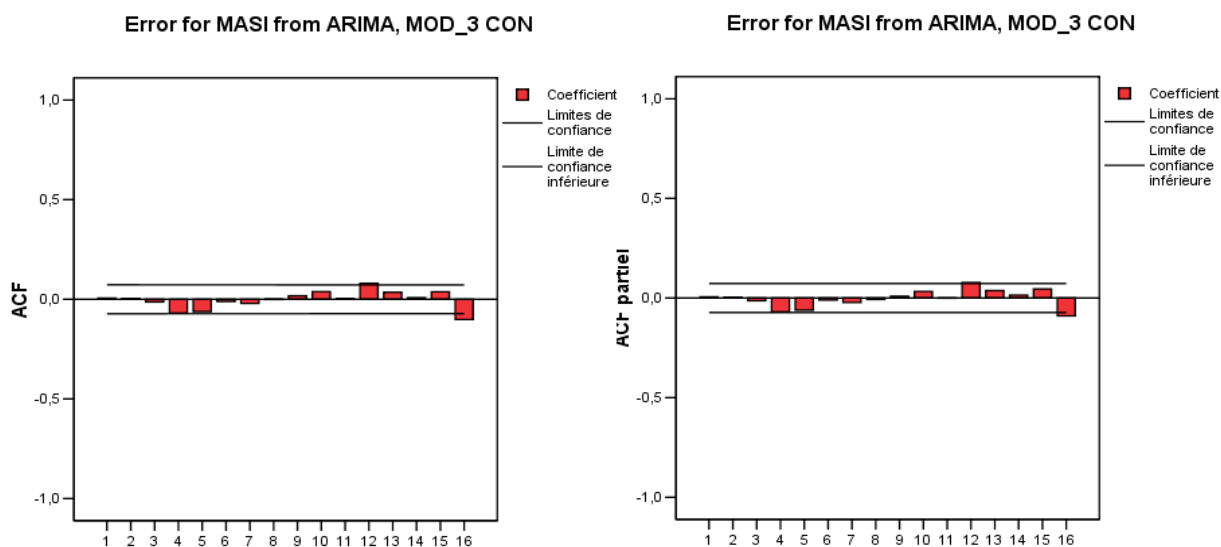


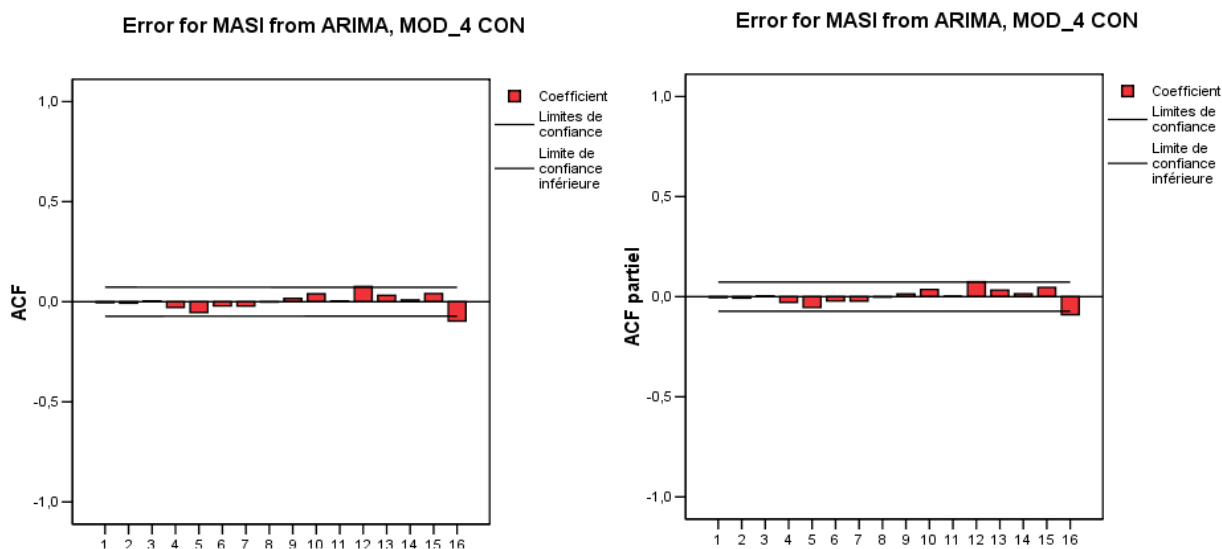
Fig. 6. Corrélogramme des résidus du modèle MA(1)

**Modèle AR(3)**



*Fig. 7. Corrélogramme des résidus du modèle AR(3)*

**Modèle MA(3)**



*Fig. 8. Corrélogramme des résidus du modèle MA(3)*

**Test de la moyenne**

Le test sur la moyenne permet de tester l’hypothèse de nullité de la moyenne des séries des résidus issus des modèles AR(3) et MA(3). Globalement, on peut remarquer que la moyenne des résidus des deux modèles peut être considérée comme nulle au seuil de 95%. En effet leur T de student sont inférieurs, en valeur absolue, à la valeur critique de 1,96 (voir tableau ci-dessus).

**Table 4. Test de la moyenne**

	T-statistique
Modèle AR(3)	-0,3198
Modèle MA(3)	-0,3081

L'on conclut ainsi à la présence d'un bruit blanc centré dans les deux modèles. On va maintenant procéder au choix du meilleur modèle parmi les deux ayant été conservés par les tests d'absence d'autocorrélation des résidus.

### Choix du modèle

Le choix du modèle le plus approprié parmi les modèles estimés s'effectue sur la base des critères d'Akaike(AIC) et de Schwartz (SC), qui mesurent la qualité d'approximation de la réalité par le modèle retenu à partir de la fonction de variance des résidus et du nombre de paramètres à estimer. De façon concrète le modèle le plus approprié est celui qui minimise les critères d'Akaike (AIC) et de Schwartz (SBC) [7].

Le tableau ci-après présente la valeur calculée de ces deux critères pour chaque modèle :

**Table 5. Valeurs calculée des critère d'Akaike et Swartz**

	MA(3)	AR(3)
<b>AIC</b>	8705,6	8702,2
<b>SW</b>	8724,1	8720,7

Les critères du modèle AR(3) sont inférieurs à ceux du modèle MA(3). De ce fait, on peut conclure que le meilleur modèle est le modèle AR(3).

L'équation du modèle retenu est la suivante :

$$Masi_t(1 - B)(1 - 0,19B - 0,01B^2 + 0,12B^3) = \varepsilon_t$$

### 3.4 TEST D'HÉTÉROSCÉDASTICITÉ

Par ailleurs, et vu la nature des données financières caractérisées par une forte volatilité, nous allons faire subir les résidus de ce modèle un test d'hétéroscédasticité (test ARCH). Ce dernier consiste à tester la signification d'une forme particulière de la variance des résidus. Le test LM retient une spécification particulière d'hétéroscédasticité, motivée par le constat que dans beaucoup de séries financières, l'ampleur des résidus semble être liée à l'importance des résidus des dernières années.

Pour tester l'hypothèse qu'il n'y a pas d'effet ARCH jusqu'à l'ordre p dans les résidus, la régression suivante est menée :

$$e_t^2 = \beta_0 + \left( \sum_{s=1}^q \beta_s e_{t-s}^2 \right) + v_t$$

Avec  $e_t$  : résidu du modèle ARIMA. Il s'agit d'une régression des carrés des résidus sur une constante et le carré des résidus retardés à l'ordre p. L'on devra analyser les deux statistiques de test de cette régression de test.

Table 6. Le test ARCH

ARCH Test:				
F-statistic	37.32546	Probability	0.000000	
Obs*R-squared	34.82976	Probability	0.000000	
Test Equation:				
Dependent Variable: RESID^2				
Method: Least Squares				
Date: 03/21/13 Time: 20:33				
Sample (adjusted): 1/04/2011 12/18/2012				
Included observations: 493 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	4714.387	652.0701	7.229877	0.0000
RESID^2(-1)	0.265832	0.043512	6.109456	0.0000
R-squared	0.070649	Mean dependent var	6424.104	
Adjusted R-squared	0.068756	S.D. dependent var	13551.33	
S.E. of regression	13077.16	Akaike info criterion	21.79917	
Sum squared resid	8.40E+10	Schwarz criterion	21.81621	
Log likelihood	-5371.496	F-statistic	37.32546	
Durbin-Watson stat	2.009434	Prob(F-statistic)	0.000000	

Les résultats du test confirment la présence de l'hétéroscédasticité des erreurs, puisque la probabilité associée à la statistique  $TR^2$  est égale à  $0,000 < 0,05$ . De plus, on constate que le t de Student calculé (6,1) est supérieur à 1,96, ce qui confirme également la présence de l'hétéroscédasticité des résidus : D'où la nécessité de recourir à une modélisation de type GARCH [8].

#### 4 MODÉLISATION GARCH

Ainsi, en dépit des avantages que représentent le modèle ARIMA(3,1,0), il n'en demeure pas moins qu'il incorpore un problème d'hétéroscédasticité des résidus. Pour modéliser cette hétéroscédasticité, nous allons utiliser un modèle ARCH(p,q). Pour choisir ce dernier, nous allons tout d'abord examiner le corrélogramme des résidus au carré du modèle ARIMA(3,1,0). Ce faisant, la première et troisième autocorrélations (simples et partielles) sont significativement différentes de zéro. On retient les modèles suivants : ARCH(1), ARCH(3), GARCH(1,1), GARCH(1,3), GARCH(3,1) et GARCH(3,3). La comparaison des modèles estimés s'effectuera à l'aide des critères : AIC et SW. On choisira le modèle qui minimise les critères AIC et SW et dont les coefficients GARCH sont positifs.

Table 7. Le choix du modèle

	ARCH(1)	ARCH(3)	GARCH(1)	GARCH(3)	GARCH (1,1)	GARCH (3,3)
Akaike	11,528	11,488	11,502	11,495	11,475	11,464
Schwarz	11,580	11,556	11,553	11,563	11,534	11,558
Contrainte de positivité des coefficients GARCH	Respect	Respect	Respect	Non respect	Respect	Non respect

## 5 CONCLUSION

En guise de conclusion, l'on peut affirmer que l'analyse des résultats obtenus avec le modèle ARIMA (3,1,0) et le modèle GARCH (1,1), privilégie la modélisation GARCH, puisque ses valeurs estimées sont plus proches des valeurs réelles réalisées, en plus de sa prise en compte incontestable de la volatilité qui caractérisait l'indice MASI tout au long la période d'observation.

## REFERENCES

- [1] R. Engle, "Dynamic Conditional Correlation: "A Simple Class of Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Models", *Journal of Business & Economic Statistics*, Vol. 20, no.3, pp. 339–50, 2002.
- [2] T. Bollerslev, "modeling the Coherence in Short-run Nominal Exchange Rates: A Multivariate Generalized ARCH Model", *Review of Economics and Statistics*, Vol. 72, no.3, pp. 498-505, 1990.
- [3] D. B. Nelson, "Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach", *Econometrica* 59, Vol.59, no. 2, pp. 347–370, 1991.
- [4] G.E.P Box, and G.M Jenkins: *Time Series analysis: forecasting and control*, 2nd edition, Holden-Day, 1976.
- [5] R. Bourbonnais : *Économétrie, Manuel et exercices corrigés*, 7<sup>e</sup> édition. DUNOD, Paris, 2009.
- [6] R. Bourbonnais and M. Terraza : *Analyse des séries temporelles en économie*, 1<sup>er</sup> édition. PUF, 1998.
- [7] C. Brooks: *Introductory Econometrics for Finance*, 2nd edition. Cambridge University Press, 2008.
- [8] J. Hamilton: *Time series analysis*, 1<sup>st</sup> edition, Princeton University Press, 1994.