

Conception d'un canal sous pression de forme triangulaire plein

[Design of pressurized full triangular shaped channel]

Lamri Ahmed Amine

Département de civil engineering and hydraulic,
University of Mohamed khaydar Biskra,
Biskra, Algeria

Copyright © 2015 ISSR Journals. This is an open access article distributed under the **Creative Commons Attribution License**, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

ABSTRACT: In this work we present the design of the pressurized full triangular channel used frequently as drainage, culverts and storm drain. We use the universal equations of uniform turbulent flow, Darcy-Weisbach, Coolebrok-White and Reynolds number, we base on the referential model method to find a new and direct formulas for the calculation of the non dimensional normal depth and the linear dimension of the channel for value of Reynolds number higher than two thousand three hundred.

KEYWORDS: aspect ratio, uniform flow, discharge, explicit solution, energy slope.

RÉSUMÉ: Dans ce travail on présente la conception du canal sous pression de forme triangulaire plein fréquemment utilisé dans le drainage, les ponceux et collecteur d'eaux pluviales. On utilise les équations universelles de l'écoulement turbulent uniforme, Darcy-Weisbach, Coolebrok-White et le nombre de Reynolds. On se base sur la méthode du modèle rugueux de référence on trouve des nouvelles formules direct pour le calcul du rapport d'aspect et de la dimension linéaire pour les valeurs de nombre de Reynolds supérieur à deux mille trois cent.

MOTS-CLEFS: rapport d'aspect, écoulement uniforme, débit, solution explicite, pente longitudinale.

1 INTRODUCTION

Le modèle rugueux de référence que nous considérons est en fait un canal de forme triangulaire plein [1], [2], [3], caractérisé par une largeur de base \bar{b} , une rugosité absolue $\bar{\varepsilon}$, écoulant un débit volume \bar{Q} d'un liquide de viscosité cinématique $\bar{\nu}$, sous une pente longitudinal \bar{i} . Le nombre de Reynolds caractérisant l'écoulement est \bar{R} et le coefficient de frottement est \bar{f} [7].

On affecte à ce canal une forte rugosité relative, arbitrairement choisie égale à $\bar{\varepsilon}/\bar{D}_h = 3.7 \times 10^{-2}$, de telle sorte que l'écoulement qui s'y produit soit en régime turbulent rugueux ou soit supposé être comme tel. La rugosité relative arbitrairement choisie $\bar{\varepsilon}/\bar{D}_h = 3.7 \times 10^{-2}$ est obtenue pour divers valeurs de la rugosité absolue $\bar{\varepsilon}$ et du diamètre hydraulique \bar{D}_h . Puisque l'écoulement est ou supposé être en régime turbulent rugueux [6], le coefficient de frottement \bar{f} est donc régi par la relation de Nikuradse pour $\varepsilon/D_h = \bar{\varepsilon}/\bar{D}_h$ et $f = \bar{f}$, soit

$$\bar{f} = \left[-2 \log \left(\frac{3,7 \cdot 10^{-2}}{3,7} \right) \right]^{-2} = (4)^{-2} = 1/16$$

On développe ces paramètres dans les relations de Darcy-Wesbach, Coolebrook-White et le nombre de Reynolds [4], [5], en calcul le rapport d'aspect et la dimension linéaire du canal à partir des formules explicites et simplifiés.

2 CARACTÉRISTIQUES GÉOMÉTRIQUES ET HYDRAULIQUES DU CANAL

Figure1. est un schéma représentatif du canal de forme triangulaire plein il est composé d'un rectangle et d'un triangle rectangle incliné par un angle de 45°. Elle est caractérisé par sa largeur b et sa hauteur Y .

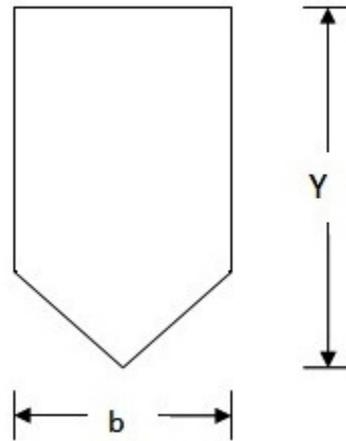


Fig. 1. Caractéristique du canal de forme triangulaire plein

Notons que $\eta = Y/b$ est le rapport d'aspect, et la section mouillée A s'exprime:

$$A = b^2(\eta - 1/4) \tag{1}$$

Le périmètre mouillé P peut s'écrire:

$$P = 2b(\eta + 1/\sqrt{2}) \tag{2}$$

Le diamètre hydraulique $D_h = 4 \frac{A}{P}$:

$$D_h = \frac{b(2\eta - 1/2)}{(\eta + 1/\sqrt{2})} \tag{4}$$

La perte de charges i est donnée par la relation de Darcy-Weisbach:

$$i = \frac{f}{D_h} \frac{Q^2}{2gA^2} \tag{5}$$

Ou Q est le débit, g est l'accélération de la pesanteur et f est le coefficient de frottement donné par la formule Colebrook-White :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{\varepsilon / D_h}{3,7} + \frac{2,51}{R \sqrt{f}} \right) \tag{6}$$

ε est la rugosité absolue et R est le nombre de Reynolds:

$$R = \frac{4Q}{Pv} \quad (7)$$

Où v est la viscosité cinématique.

3 MODÈLE RUGUEUX DE RÉFÉRENCE

La rugosité relative arbitrairement choisie $\bar{\varepsilon} / \bar{D}_h = 3,7 \cdot 10^{-2}$ est obtenue pour diverses valeurs de la rugosité absolue $\bar{\varepsilon}$ et du diamètre hydraulique \bar{D}_h .

Puisque l'écoulement est ou supposé être en régime turbulent rugueux, le coefficient de frottement \bar{f} est donc régi par la relation de *Nikuradse* pour $\varepsilon / D_h = \bar{\varepsilon} / \bar{D}_h$ et $f = \bar{f}$, soit $\bar{f} = \left[-2 \log \left(\frac{3,7 \cdot 10^{-2}}{3,7} \right) \right]^{-2} = (4)^{-2} = \frac{1}{16}$

Pour les caractéristiques hydraulique et géométriques du modèle rugueux de référence mentionnés par le symbole " $\bar{\quad}$ ". Appliquant sur (5) on trouve :

$$\bar{i} = \frac{\bar{f}}{D_h} \frac{\bar{Q}^2}{2gA^2} \quad (8)$$

L'équation (8) devient:

$$\bar{i} = \frac{1}{128g} \frac{\bar{P}}{A^3} \bar{Q}^2 \quad (9)$$

Introduisant (1) et (2) a (9), en peut écrire :

$$\bar{i} = \frac{(\bar{\eta} + 1/\sqrt{2})}{64(\bar{\eta} - 1/4)^3} \left(\frac{\bar{Q}^2}{g\bar{b}^5} \right) \quad (10)$$

Posons que $\bar{Q} = Q$, $\bar{i} = i$, $\bar{D} = D$, $\bar{Y} \neq Y$ et $\bar{\eta} \neq \eta$. En peut déduire de (10):

$$b = \left[\frac{(\bar{\eta} + 1/\sqrt{2})}{64(\bar{\eta} - 1/4)^3} \right]^{1/5} \left(\frac{Q^2}{gi} \right)^{1/5} \quad (11)$$

Introduisons la conductivité relative $\bar{Q}_b^* = Q_b^* = \frac{Q}{\sqrt{gib^5}}$, (11) devient:

$$\frac{(\bar{\eta} + 1/\sqrt{2})}{64(\bar{\eta} - 1/4)^3} Q_b^{*2} = 1 \quad (12)$$

Adoptons le changement de variables

$$\chi = \bar{\eta} - 1/4 \quad (13)$$

L'équation 12 se réduit à :

$$\chi^3 - \frac{Q_b^{*2}}{64} \chi - \frac{(1/4 + 1/\sqrt{2})}{64} Q_b^{*2} = 0 \quad (14)$$

L'équation 14 est une équation cubique sans seconde ordre. Son discriminant est:

$$\Delta = 3 \left(\frac{Q_b^*}{48\sqrt{2}} \right)^4 \left[(1/4 + 1/\sqrt{2})12\sqrt{3} - Q_b^* \right] \left[(1/4 + 1/\sqrt{2})12\sqrt{3} + Q_b^* \right] \quad (15)$$

L'équation 15 montre deux cas de solution :

$$1. Q_b^* \leq (1/4 + 1/\sqrt{2})12\sqrt{3}, \text{ donc } \Delta \geq 0$$

$$\chi = \frac{Q_b^*}{4\sqrt{3}} \operatorname{ch}(\beta/3) \quad (16)$$

Remplaçons dans (13), le rapport d'aspect $\bar{\eta}$ du modèle rugueux s'exprime:

$$\bar{\eta} = \frac{Q_b^*}{4\sqrt{3}} \operatorname{ch}(\beta/3) + \frac{1}{4} \quad (17)$$

Où l'angle β est :

$$\operatorname{ch}(\beta) = \frac{(1/4 + 1/\sqrt{2})12\sqrt{3}}{Q_b^*} \quad (18)$$

$$2. Q_b^* \geq (1/4 + 1/\sqrt{2})12\sqrt{3}, \text{ donc } \Delta \leq 0.$$

$$\chi = \frac{Q_b^*}{4\sqrt{3}} \cos(\beta/3) \quad (19)$$

Remplaçons dans (13), le rapport d'aspect $\bar{\eta}$ du modèle rugueux s'exprime:

$$\bar{\eta} = \frac{Q_b^*}{4\sqrt{3}} \cos(\beta/3) + \frac{1}{4} \quad (20)$$

Où l'angle β est égale à :

$$\cos(\beta) = \frac{(1/4 + 1/\sqrt{2})12\sqrt{3}}{Q_b^*} \quad (21)$$

4 FACTEUR DE CORRECTION POUR LA DIMENSION LINEAIRE

Selon la méthode du modèle rugueux, toute dimension linéaire b d'un canal donné est égale à la dimension linéaire homologue \bar{b} du modèle rugueux, corrigée par les effets d'un facteur de correction ψ . Cela se traduit par la relation :

$$b = \psi \bar{b} \quad (22)$$

Où ψ est le facteur de correction de la dimension linéaire, pouvait s'écrire sous la forme:

$$\psi \cong 1,35 \left[-\log \left(\frac{\varepsilon / \bar{D}_h}{4,75} + \frac{8,5}{R} \right) \right]^{-2/5} \quad (23)$$

5 ÉTAPES DE CALCUL DE LA DIMENSION LINÉAIRE Y

Connaissons le débit Q , la largeur du canal b , la perte des charge i , la rugosité absolue ε et la viscosité cinématique ν , les étapes suivantes sont recommandées pour calculer la dimension linéaire Y :

1. calcul de la conductivité relative $Q_b^* = \frac{Q}{\sqrt{gib^5}}$ pour $\bar{b} = b$.
2. Calcul du rapport d'aspect $\bar{\eta}$ utilisant (17) et (18) en accord avec le signe du discriminant Δ .
3. Connaissons b and $\bar{\eta}$, calcul du périmètre mouillé \bar{P} , le diamètre hydraulique \bar{D}_h et le nombre de Reynolds \bar{R} utilisons (2), (4) et (7) respectivement.
4. A partir de (23), on calcule le facteur de correction ψ .
5. Assigner au modèle rugueux la dimension linéaire $\bar{b} = b/\psi$ d'après (22).
6. Calcul de la nouvelle valeur de la conductivité relative $\bar{Q}_b^* = Q/\sqrt{g\bar{b}^5}$
7. Appliquons donc (17) ou (18), en accord avec le signe du discriminant Δ , résultat sur $\bar{\eta} = \eta$.
8. La valeur requise de la hauteur de la conduite Y est finalement $Y = b\eta$.

6 EXEMPLE

Calculer la hauteur du canal triangulaire plein en charge pour les données suivantes :

$$Q = 3 \text{ m}^3/\text{s}, b = 1.5 \text{ m}, i = 0.0006, \varepsilon = 0.0015 \text{ m}, \nu = 0.000001 \text{ m}^2/\text{s}$$

1. Pour $\bar{b} = b$, la conductivité relative $Q_b^* = \frac{Q}{\sqrt{gib^5}}$ est :

$$Q_b^* = \frac{Q}{\sqrt{gib^5}} = \frac{3}{\sqrt{9.81 \times 4 \times 10^{-4} \times 1.5^5}} = 14,19001904$$

2. $Q_b^* \leq (1/4 + 1/\sqrt{2})12\sqrt{3}$ le discriminant Δ est positif :

$$ch(\beta) = \frac{(1/4 + 1/\sqrt{2})12\sqrt{3}}{Q_b^*} = \frac{19.89309089}{14,19001904} = 1,40190727$$

$$\beta = 0,86895863 \text{ Radian}$$

$$\bar{\eta} = \frac{\bar{Q}_b^*}{4\sqrt{3}} ch(\beta/3) + \frac{1}{4} = 2,38467399$$

3. D'après (2), (4) et (7) on calcule :

$$\bar{D}_h = \frac{b(2\bar{\eta} - 1/\sqrt{2})}{(\bar{\eta} + 1/\sqrt{2})} = 2,15216487$$

$$\bar{P} = 2\bar{b}(\bar{\eta} + 1/\sqrt{2}) = 2b(\bar{\eta} + 1/\sqrt{2}) = 9,27534231$$

$$\bar{R} = \frac{4Q}{Pv} = \frac{4 \times 3}{9,27534231 \times 10^{-6}} = 1293752,79$$

4. D'après (23) on trouve :

$$\psi = 1.35 \left[-\log \left(\frac{0.0015 / 2,15216487}{4.75} + \frac{8.5}{1293752,79} \right) \right]^{-2/5} = 0,79024323$$

$$5. \bar{b} = \frac{b}{\psi} = \frac{1.5}{0,79024323} = 1,89814976m$$

6. La nouvelle valeur de la conductivité relative est:

$$\bar{Q}_b^* = Q / \sqrt{gib^5} = 4 / \sqrt{9.81 \times 4 \times 10^{-4} \times 1,89814976^5} = 7,877437$$

7. $Q_b^* \leq (1/4 + 1/\sqrt{2})12\sqrt{3}$, donc $\Delta \geq 0$:

$$ch(\beta) = \frac{(1/4 + 1/\sqrt{2})12\sqrt{3}}{\bar{Q}_b^*} = \frac{19.89309089}{7,877437} = 2,52532529$$

$$\beta = 1,57778603 \text{ Radian}$$

$$\eta = \bar{\eta} = \frac{\bar{Q}_b^*}{4\sqrt{3}} ch(\beta/3) + \frac{1}{4} = 1,54791733$$

8. Finalement, la valeur requise de la dimension linéaire est:

$$Y = b \times \eta = 1.5 \times 1,54791733 = 2,32187599m$$

7 CONCLUSION

On a appliqué la méthode du modèle rugueux sur le canal de forme triangulaire plein. L'objectif été de calculer le rapport d'aspect et la hauteur du canal. La conductivité relative et le rapport d'aspect été relié par une relation cubique, elle a été résolue analytiquement. Les étapes de calcul sont explicites et simples.

RÉFÉRENCES

- [1] R.O. Sinniger, W.H. Hager, Constructions Hydrauliques, 1ère Ed., Ed. Lausanne, Suisse: Presses Polytechniques Romandes, 1989.
- [2] L.F. Moody, Friction factors for pipe-flow, Transactions ASME (1944).
- [3] V.T. Chow, Open channel hydraulics, McGraw Hill, New York, 1973.
- [4] P.K. Swamee, A.K. Jain, Explicit equations for Pipe-flow Problems, J. Hyd. Engrg, ASCE 102(5) (1976) 657-664.
- [5] P.K. Sawamee, N. Swamee, design of noncircular sections, J. Hyd. Res., 46(2) (2008) 277-281.
- [6] B. Achour, A. Bedjaoui, Discussion of Explicit Solutions for Normal Dept Problem, by P.K. Swamee, P. N. Rathie, J. Hyd. Res., 44(5) (2006) 715-717.
- [7] A.A.Lamri. Contribution à l'étude de l'écoulement uniforme dans un canal de forme trapézoïdale .mémoire de magister Université de Biskra Algérie 2013.