

Dimensionnement de conduite sous pression de forme carré voutée

[Dimensioning the pressurized shaped vaulted square conduit]

Lamri Ahmed Amine

Département of civil engineering and hydraulic,
University of Mohamed khaidar Biskra,
Biskra, Algeria

Copyright © 2015 ISSR Journals. This is an open access article distributed under the **Creative Commons Attribution License**, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

ABSTRACT: The dimensioning of a conduit or channel is governed by relationships; Darcy-Weisbach, Coolebrok-White and Reynolds number, dimensioning the pressurized vaulted square conduit that interests our study is implicit for the complexity of the fundamental equation of the uniform flow. To reach our objective we use the referential rough model that helps us to find direct and explicit formulas. The computations steps are simplified and illustrated by an example of calculation.

KEYWORDS: Turbulent flow, uniform flow, discharge, explicit solution, energy slope.

RÉSUMÉ: Le dimensionnement d'une conduite ou d'un canal dans l'écoulement uniforme est régi par les relations de Darcy-Weisbach, Coolebrok-White ainsi que le nombre de Reynolds, le dimensionnement d'une conduite sous pression de forme carré voutée qui intéresse notre étude est implicite vue de la complexité des équations fondamentales, pour atteindre notre objectif en utilise la méthode du modèle rugueux de référence qui nous aide à trouver des formules directes et explicites. Les étapes de calcul sont simplifiées et illustré par un exemple de calcul.

MOTS-CLEFS: écoulement turbulent, écoulement uniforme, débit, solution explicite, pente longitudinale.

1 INTRODUCTION

L'écoulement uniforme dans les conduite ou canaux artificiels est régi par cinq paramètres[1] ; le débit volume Q , la dimension linéaire caractérisant la géométrie du canal, dans le cas de la conduite en charge de forme carré voutée, cette dimension correspond au diamètre D , la pente longitudinale i du canal, la rugosité absolue ε caractérisant l'état de la paroi interne de la conduite, la viscosité cinématique ν du liquide en écoulement [2],[4].

L'écoulement uniforme est obtenu an ayant recours aux équations usuelles telles que celles de Chézy ou de Maning-Strickler ainsi que celle de Coolebrok-White, cette dernière s'écrit :

$$f^{-1/2} = -2 \log \left(\frac{\varepsilon / D_h}{3.7} + \frac{2.51}{R \sqrt{f}} \right)$$

L'objectif est donc de déterminer la valeur du coefficient de frottement [3] qui permettrait alors de déduire celle du diamètre de la conduite. Cependant au regard de la forme de ces relations, il apparait clairement que la dimension linéaire D est implicite et que sa détermination nécessiterait un procédé itératif ou graphique. L'objectif de notre étude est de proposer une solution explicite [5], [6] permettant de calculer, avec une précision suffisante, le coefficient de frottement et par

conséquent le diamètre de la conduite. En utilise la méthode du modèle rugueux de référence [7] afin de présenter des relations également explicites, au calcul du diamètre de la conduite.

2 CARACTÉRISTIQUES GÉOMÉTRIQUES ET HYDRAULIQUES DE CANAL DE FORME CARRÉ VOUTÉE

Figure1. est un schéma représentatif d'un canal de forme voutée carré. Elle est caractérisée par son diamètre D , sa voute et carré.

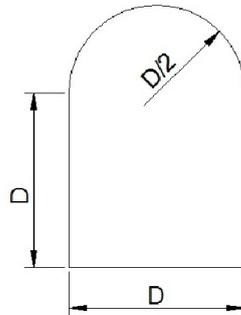


Fig. 1. Caractéristique de la conduite carré voutée

Notons que la section mouillée A s'exprime:

$$A = D^2 \left(\frac{\pi}{8} + 1 \right) \quad (1)$$

Le périmètre mouillé P peut s'écrire:

$$P = D \left(\frac{\pi}{2} + 3 \right) \quad (2)$$

Le diamètre hydraulique $D_h = 4 \frac{A}{P}$:

$$D_h = \frac{4D(\pi/8 + 1)}{\pi/2 + 3} \quad (4)$$

La perte de charges i est donnée par la relation de Darcy-Weisbach:

$$i = \frac{f}{D_h} \frac{Q^2}{2gA^2} \quad (5)$$

Ou Q est le débit, g est l'accélération de la pesanteur et f est le coefficient de frottement donné par la formule Colebrook-White :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{\varepsilon / D_h}{3,7} + \frac{2,51}{R \sqrt{f}} \right) \quad (6)$$

ε est la rugosité absolue et R est le nombre de Reynolds:

$$R = \frac{4Q}{Pv} \quad (7)$$

Ou v est la viscosité cinématique.

3 MODÈLE RUGUEUX DE RÉFÉRENCE

La rugosité relative arbitrairement choisie $\bar{\varepsilon} / \bar{D}_h = 3,7 \cdot 10^{-2}$ est obtenue pour diverses valeurs de la rugosité absolue $\bar{\varepsilon}$ et du diamètre hydraulique \bar{D}_h .

Puisque l'écoulement est ou supposé être en régime turbulent rugueux, le coefficient de frottement \bar{f} est donc régi par la relation de *Nikuradse* pour $\varepsilon / D_h = \bar{\varepsilon} / \bar{D}_h$ et $f = \bar{f}$, soit $\bar{f} = \left[-2 \log \left(\frac{3,7 \cdot 10^{-2}}{3,7} \right) \right]^{-2} = (4)^{-2} = \frac{1}{16}$

Pour les caractéristiques hydraulique et géométriques du modèle rugueux de référence mentionnés par le symbole " $\bar{\quad}$ ". Appliquant sur (5) on trouve :

$$\bar{i} = \frac{\bar{f}}{D_h} \frac{\bar{Q}^2}{2g\bar{A}^2} \quad (8)$$

L'équation (8) devient:

$$\bar{i} = \frac{1}{128g} \frac{\bar{P}}{\bar{A}^3} \bar{Q}^2 \quad (9)$$

Introduisant (1) et (2) a (9), en peut écrire :

$$\bar{i} = \frac{(\pi/2 + 3)Q^2}{128g\bar{D}^5 (\pi/8 + 1)^3} \quad (10)$$

Posons que $\bar{Q} = Q$, $\bar{i} = i$, $\bar{D} = D$, $\bar{D}_h = D_h$. En peut déduire de l'Eq.10:

$$\bar{D} = \left[\frac{(\pi/2 + 3)}{128(\pi/8 + 1)^3} \right]^{1/5} \left(\frac{Q^2}{gi} \right)^{1/5} \quad (11)$$

Introduisons l'Eq.10 dans Eq.07 en trouve :

$$\bar{R} = \frac{4 \left[128(\pi/8 + 1)^3 \right]^{1/5} (gQ^3 i)^{1/5}}{(\pi/2 + 3)^{6/5} \nu} \quad (12)$$

4 FACTEUR DE CORRECTION POUR LA DIMENSION LINEAIRE

Selon la méthode du modèle rugueux, toute dimension linéaire D d'un canal donné est égale à la dimension linéaire homologue \bar{D} du modèle rugueux, corrigée par les effets d'un facteur de correction ψ . Cela se traduit par la relation :

$$D = \psi \bar{D} \quad (13)$$

Où ψ est le facteur de correction de la dimension linéaire, pouvait s'écrire sous la forme:

$$\psi \cong 1,35 \left[-\log \left(\frac{\varepsilon / \bar{D}_h}{4,75} + \frac{8,5}{R} \right) \right]^{-2/5} \quad (14)$$

5 ETAPES DE CALCUL DE LA DIMENSION LINEAIRE

Connaissons le débit Q , la perte des charges i , la rugosité absolue ε et la viscosité cinématique ν , les étapes suivantes sont recommandées pour calculer la dimension linéaire D :

1. Connaissons Q, i , en calcul la dimension linéaire \bar{D} depuis l'Eq.11.
2. Calcul du périmètre mouillé \bar{P} et le diamètre hydraulique \bar{D}_h du modèle rugueux de référence à partir des Eq.2 et Eq.4 respectivement.
3. Les valeurs connues des paramètres Q, \bar{P} et ν sont introduites dans l'Eq.12 pour l'évaluation du nombre de *Reynolds* \bar{R} caractérisant l'écoulement dans le modèle rugueux de référence.
4. A partir des valeurs connues de ε / \bar{D}_h et de \bar{R} , l'Eq.14 permet le calcul du facteur de correction des dimensions linéaires ψ .
5. La valeur requise de la dimension linéaire b est finalement $D = \psi \bar{D}$.

6 EXEMPLE

Une conduite de forme carrée voutée écoule un débit volume $Q = 3,861 \text{ m}^3 / \text{s}$ d'un liquide de viscosité cinématique $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}$ sous une pente géométrique $i = 10^{-3}$. Sachant que la rugosité absolue caractérisant l'état des parois internes du canal est $\varepsilon = 10^{-3} \text{ m}$; déterminez le diamètre D de la conduite.

SOLUTION

1. La dimension linéaire \bar{D} du modèle rugueux de référence est, selon l'Eq.11

$$\bar{D} = \left[\frac{(\pi/2 + 3)}{128(\pi/8 + 1)^3} \right]^{1/5} \left(\frac{Q^2}{gi} \right)^{1/5} = 1,390747107365330 \text{ m}$$

2. Le diamètre hydraulique \bar{D}_h du modèle rugueux de référence est, en vertu de l'Eq.4

$$\bar{D}_h = \frac{4\bar{D}(\pi/8 + 1)}{\pi/2 + 3} = 1,89420270522476 \text{ m}$$

Tandis que le périmètre mouillé \bar{P} est, selon l'Eq.2

$$\bar{P} = \bar{D} \left(\frac{\pi}{2} + 3 \right) = 8,5389962172026 \text{ m}$$

3. Le nombre de *Reynolds* \bar{R} caractérisant l'écoulement dans le modèle rugueux de référence

$$\bar{R} = \frac{4Q}{\bar{P}\nu} = \frac{4 \times 3.861}{8.53899621720 \times 10^{-6}} = 1808643,49944$$

4. La relation (2.35) permet ainsi le calcul du facteur de correction des dimensions linéaires ψ , soit :

$$\psi \cong 1,35 \left[-\log \left(\frac{\varepsilon / \bar{D}_h}{4,75} + \frac{8,5}{\bar{R}} \right) \right]^{-2/5} = 1,35 \times$$

$$\left[-\log\left(\frac{10^{-3} / 1.8942027}{4.75} + \frac{8.5}{1808643,499} \right) \right]^{-2/5} = 0,92119123$$

5. Finalement, la valeur requise de la dimension linéaire D est:

$$D = \psi \times \bar{D} = 0.92119123 \times 1.39074710736533 = 1.28114404m$$

Cette étape vise à vérifier la valeur donnée de la pente longitudinale i du canal par application de la relation de *Darcy-Weisbach*, pour la valeur calculée du diamètre D , soit : $i = \frac{f}{D_h} \frac{Q^2}{2gA^2}$

Le diamètre hydraulique D_h est donné par l'Eq.4, soit :

$$D_h = \frac{4D(\pi/8 + 1)}{\pi/2 + 3} = 1,56143307 \text{ m}$$

L'aire de la section mouillée A est, selon l'Eq.1

$$A = D^2 \left(\frac{\pi}{8} + 1 \right) = 3,39550233 \text{ m}^2$$

Le coefficient de frottement f est évalué, soit

$$f = \psi^5 / 16 = 0,04145997$$

La pente longitudinale i est par suite, selon la relation de *Darcy-Weisbach*

$$i = \frac{f}{D_h} \frac{Q^2}{2gA^2} = \frac{0.04145997 \times 3.861^2}{1.56143307 \times 2 \times 9.81 \times 3.39550233^2} = 0,00174984 \approx 10^{-3}$$

Il s'agit bien de la valeur de i donnée à l'énoncé de l'exemple d'application considéré.

7 CONCLUSION

On a appliqué une méthode analytique sur le dimensionnement de la conduite de forme carré voutée. L'objectif été de calculer la dimension linéaire du canal, elle a été résolue analytiquement. Les étapes de calcul sont explicites et simples.

RÉFÉRENCES

- [1] A.A. Lamri. Contribution à l'étude de l'écoulement uniforme dans un canal de forme trapézoïdale. mémoire de magister. Université de Biskra 2013.
- [2] R.O. Sinninger, W.H. Hager, *Constructions Hydrauliques*, 1ère Ed., Ed. Lausanne, Suisse: Presses Polytechniques Romandes, 1989.
- [3] L.F. Moody, *Friction factors for pipe-flow*, Transactions ASME (1944).
- [4] V.T. Chow, *Open channel hydraulics*, McGraw Hill, New York, 1973.
- [5] P.K. Swamee, A.K. Jain, *Explicit equations for Pipe-flow Problems*, J. Hyd. Engrg, ASCE 102(5) (1976) 657-664.
- [6] P.K. Sawamee, N. Swamee, *design of noncircular sections*, J. Hyd. Res., 46(2) (2008) 277-281.
- [7] B. Achour, A. Bedjaoui, *Discussion of Explicit Solutions for Normal Dept Problem*, by P.K. Swamee, P. N. Rathie, J. Hyd. Res., 44(5) (2006) 715-717.